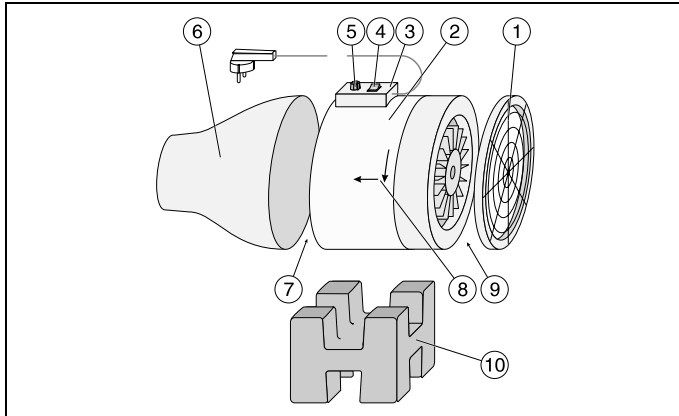


9/96-Di/Sf-



Das Gerät wird vorzugsweise für Versuche zur Aerodynamik eingesetzt. Es dient bei Versuchen auf der offenen Meßstrecke zur Aerodynamik (373 06) und mit dem Venturirohr (373 09) als Druckgebläse; in Verbindung mit dem Windkanal (373 12) wird es als Sauggebläse eingesetzt.

## 1 Sicherheitshinweise

### Gebrauchsanweisung lesen!

- Vor Einschalten des Gebläses sicherstellen, daß
  - das Schutzgitter ① aufgesteckt ist und
  - das Gebläse entweder am Windkanal (373 12) angebracht ist oder mit Düse ⑥ (bzw. der zur Offenen Meßstrecke, 373 06, gehörenden Düse) versehen wurde.
- Vor Abnehmen des Schutzgitters oder der Düse oder vor Trennung vom Windkanal
  - a) Netzstecker ziehen
  - b) mindestens eine halbe Minute warten, bis der Rotor steht.
- Lamellen des Schutzgitters ① sowie das Metallgitter in der Düsenöffnung nicht mechanisch beanspruchen!
- Vor dem Abnehmen der Abdeckhaube ③ für die Steuereinheit (vgl. Abschnitt 4.1) Netzstecker ziehen!
- Maximal zulässige Umgebungstemperatur: 50 °C

## 2 Lieferumfang, Beschreibung, technische Daten

- ① Schutzgitter, an Saugseite ⑨ oder Druckseite ⑦ des Gebläses ② aufsteckbar
- ② Gebläse  
Drehzahl: maximal 2550 U/min  
Fördervolumen: 875 m<sup>3</sup>/h  
Schallpegel: 70 dBA  
Einlaufzeit: ca. 3 min  
Einstellzeit bei Drehzahländerung: ca. 30 s  
Netzanschlußspannung; 230 V/50 Hz  
Leistungsaufnahme: 260 VA  
Sicherung: Schmelzsicherung T 2.0 B (unter der Abdeckhaube ③)
- ③ Abdeckhaube für Steuereinheit
- ④ Netzschalter
- ⑤ Potentiometer-Stellknopf zur stufenlosen Drehzahleinstellung zwischen 10 % und 100 % der maximalen Drehzahl

## Gebrauchsanweisung Instruction Sheet

373 04

## Saug- und Druckgebläse mit Fuß Suction and Pressure Fan with Base

Fig. 1

The apparatus is mainly used for experiments on aerodynamics. For experiments on the open aerodynamics working section (373 06) and the Venturi tube (373 09) it is used as a pressure fan; it is used as a suction fan in connection with the wind tunnel (373 12).

## 1 Safety instructions

### Read these safety instructions!

- Before switching on the fan, ensure that
  - the protective grid ① is attached and
  - the fan is either attached to the wind tunnel (373 12) or is fitted with nozzle ⑥ (or the nozzle belonging to the open aerodynamics working section 373 06).
- Before removing the protective grid or the nozzle or before disconnecting the fan from the wind tunnel
  - a) pull out the mains plug
  - b) wait for at least 30 seconds until the rotor comes to a complete stop.
- Do not place a mechanical load on the lamellae of the protective grid ① or the metal grid in the nozzle opening!
- Unplug the device before removing the cover ③ of the control unit (see section 4.1)!
- Maximum permissible ambient temperature: 50 °C

## 2 Scope of supply, description, technical data

- ① Protective grid, can be attached to the suction side ⑨ or the pressure side ⑦ of the fan ②
- ② Fan  
Speed: max. 2550 r.p.m.  
Capacity: 875 m<sup>3</sup>/h  
Sound level: 70 dBA  
Warm-up time: approx. 3 min.  
Response time for a change in speed: approx. 30 s  
Mains supply voltage: 230 V/50 Hz  
Power consumption: 260 VA  
Protection: fuse T 2.0 B (beneath cover ③)
- ③ Cover for control unit
- ④ Mains switch
- ⑤ Potentiometer for continuous adjustment of speed between 10 % and 100 % of the maximum speed

- ⑥ Düse, Ø 100 mm, zum Aufstecken auf die Druckseite ⑦ des Gebläses  
Öffnung passend für Venturirohr (373 09)
- ⑦ Druckseite
- ⑧ Pfeile zur Anzeige von Drehsinn und Luftstromrichtung
- ⑨ Saugseite
- ⑩ Aufstellfuß zur Halterung des Gebläses

Ohne Abbildung: Styroporball, Ø 70 mm

Abmessungen (mit aufgesteckter Düse): 60 cm x 25 cm x 25 cm  
Gesamtmasse: 7,3 kg

### 3 Bedienung

**!** Gebläse nur bei ordnungsgemäß aufgestecktem Schutzgitter ① und bei aufgesteckter Düse bzw. angesetztem Windkanal einschalten!

Schutzgitter ① entweder (beim Einsatz als Druckgebläse für das Venturirohr, 373 09, und für die offene Meßstrecke, 373 06) auf Saugseite ⑨ stecken oder (beim Einsatz als Sauggebläse für den Windkanal, 373 12) auf Druckseite ⑦ stecken.

Hinweis: Schlitzschraubenzieher als Hebel verwenden, wenn das Schutzgitter so fest auf dem Gebläse sitzt, daß es sich nicht ohne Schwierigkeiten abnehmen läßt.

Die nach dem Aufstecken des Schutzgitters noch freie Druckseite mit Düse ⑥ (bzw. 150-m-Düse aus 373 06) bestücken oder die freie Saugseite vor dem Windkanal positionieren;

Gebläse entsprechend den Versuchsbedingungen gemäß Fig. 2 waagrecht oder gemäß Fig. 4 lotrecht auf den Fuß stellen;

um einen schräg nach oben gerichteten Luftstrom zu erzeugen, Gebläse vorsichtig schräg in den Fuß einsetzen, so daß es in der vorgesehenen Schräglage festklemmt. Vor dem Einschalten Stabilität der Schräglage prüfen!

Vor dem Einschalten des Gebläses stets minimale Drehzahl an Potentiometer ⑤ einstellen.

Potentiometer für Drehzahleinstellung feinfühlig betätigen! Geringe Änderungen der Einstellung können große Auswirkungen auf die Luftgeschwindigkeit haben! Einlaufzeit des Motors: ca. 3 min. Einstellzeit bei Drehzahländerungen: ca. 30 s.

### 4 Sicherungswechsel (s. Fig. 3)

Wichtig: Netzstecker ziehen, Kappe ① vom Potentiometerknopf ⑤ entfernen (Fig. 3.1)!

Mit einem Schlitzschraubendreher bei festgehaltenem Knopf Schraube ② im Innern des Knopfes **eine halbe Umdrehung gegen** den Uhrzeigersinn drehen. Knopf von der Potentiometerachse abziehen.

Mit einem Kreuzschlitzschraubendreher die vier Schrauben ③ herausrauben und Abdeckhaube ③ der Steuereinheit abziehen, so daß die Steuereinheit zugänglich ist (Fig. 3.2).

2-A-Schmelzsicherung (s. Fig. 3.2) mit dem Schlitzschraubendreher aus der Halterung hebeln und Sicherung T 2,0 B hineindrücken.

Abdeckhaube ③, Potentiometerknopf ⑤ und Kappe ①

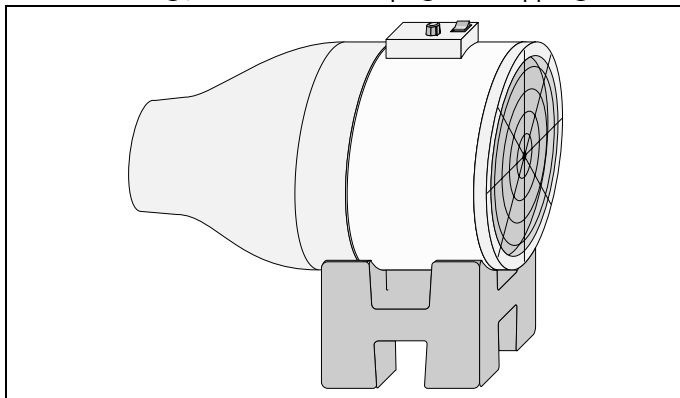


Fig. 2

- ⑥ Nozzle, dia. 100 mm, for attaching to the pressure side ⑦ of the fan  
Opening suitable for use with Venturi tube (373 09)
- ⑦ Pressure side
- ⑧ Arrows for indicating direction of rotation and direction of air flow
- ⑨ Suction side
- ⑩ Base for securing the fan

Not shown: polystyrene ball, dia. 70 mm

Dimensions (with attached nozzle): 60 cm x 25 cm x 25 cm  
Total weight: 7.3 kg

### 3 Operation

**!** Only switch on the fan when protective grid ① has been properly attached and after attachment of the nozzle or the wind tunnel!

Attach protective grid ① either to the suction side ⑨ (when using as a pressure fan for the Venturi tube 373 09 and for the open aerodynamics working section 373 06) or to the pressure side ⑦ (when using as a suction fan for the wind tunnel 373 12).

Note: Use a flat-blade screwdriver as a lever if the protective grid is so tightly attached to the fan that it cannot be removed easily.

After attaching the protective grid, either fit the nozzle ⑥ (or the 150-m nozzle from 373 06) to the unconnected pressure side or position the unconnected suction side in front of the wind tunnel.

According to the experiment conditions, place the fan on the base either horizontally as in Fig. 2 or vertically as in Fig. 4.

In order to produce an air flow directed diagonally upwards, carefully place the fan in the base at an angle, so that it locks into the inclined position provided. Test the stability of this inclined position before switching on!

Before switching on the fan, always set minimum speed at potentiometer ⑤.

Operate the potentiometer for speed adjustment carefully! Small changes in the setting can lead to large changes in air velocity! Run-in time of the motor: approx. 3 min. Response time for changes in speed: approx. 30 s.

### 4 Changing the fuse (see Fig. 3)

Important: pull out mains plug and remove cap ① from potentiometer knob ⑤ (Fig. 3.1)!

Using a flat-blade screwdriver and holding the knob firmly, turn the screw (b) in the center of the knob **one half turn counterclockwise**. Remove the knob from the shaft of the potentiometer.

Using a Philips-head screwdriver, unscrew the four screws ③ and remove the cover of the control unit ③; the control unit is now accessible (Fig. 3.2).

Pry out the 2-A fuse (see Fig. 3.2) from its holder using the flat-blade screwdriver and insert fuse T 2.0 B.

Cover ③, potentiometer knob ⑤ and cap ①

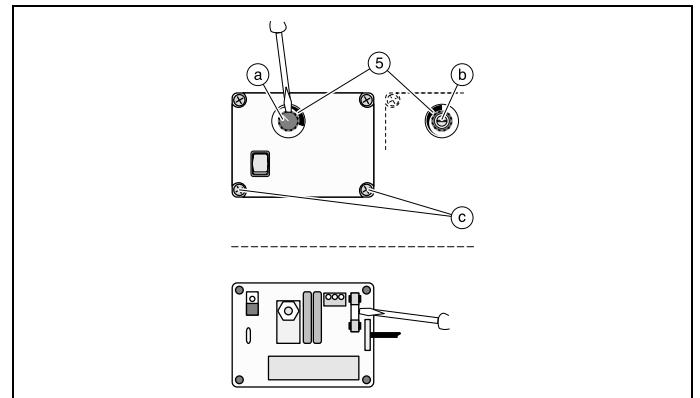


Fig. 3.1

Fig. 3.2

## 5 Versuchsbeispiele Example Experiments

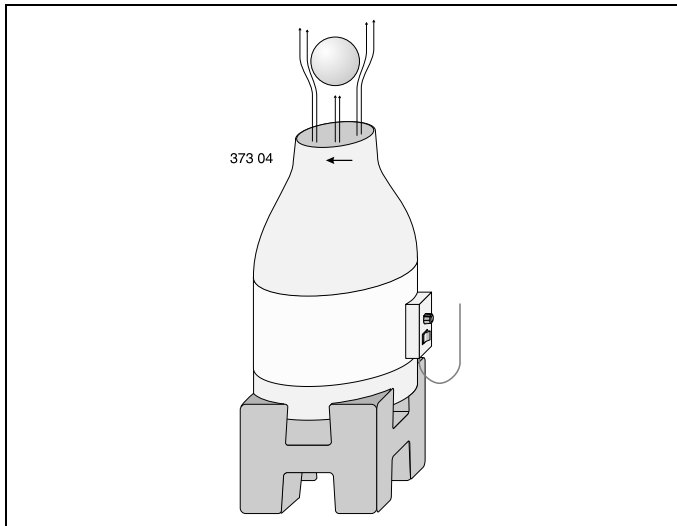


Fig. 4  
Auftrieb in einer Luftströmung  
Lift in an air flow

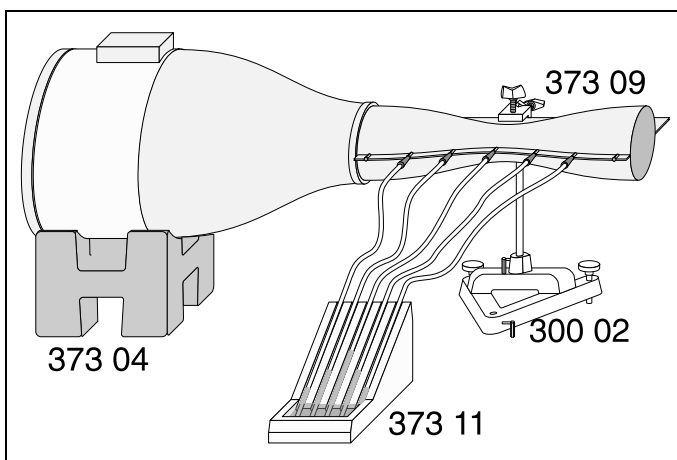


Fig. 5  
Qualitativer Nachweis des statischen Drucks mit Venturirohr (373 09) und Multimanoskop (373 11)  
Qualitative proof of static pressure using the Venturi tube (373 09) and multimanoscope (373 11)

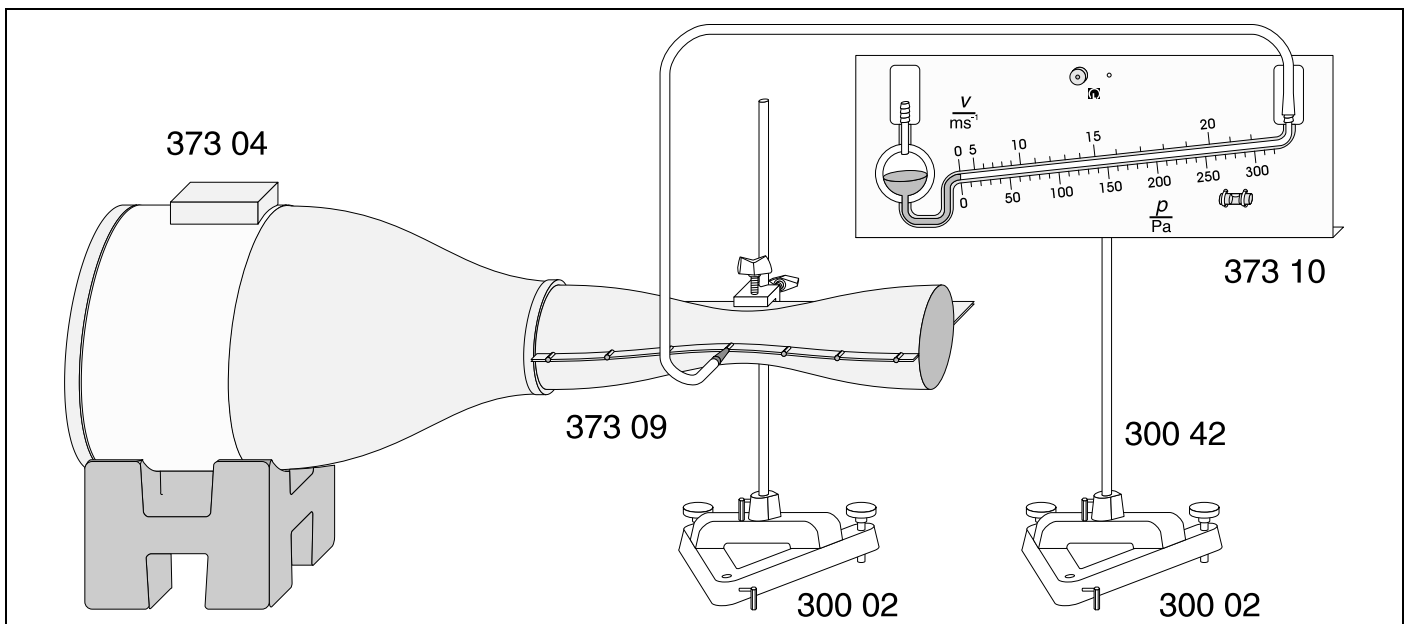


Fig. 6  
Quantitative Bestimmung des statischen Drucks im Venturirohr mit dem Feinmanometer  
Quantitative determination of static pressure in the Venturi tube using the precision manometer

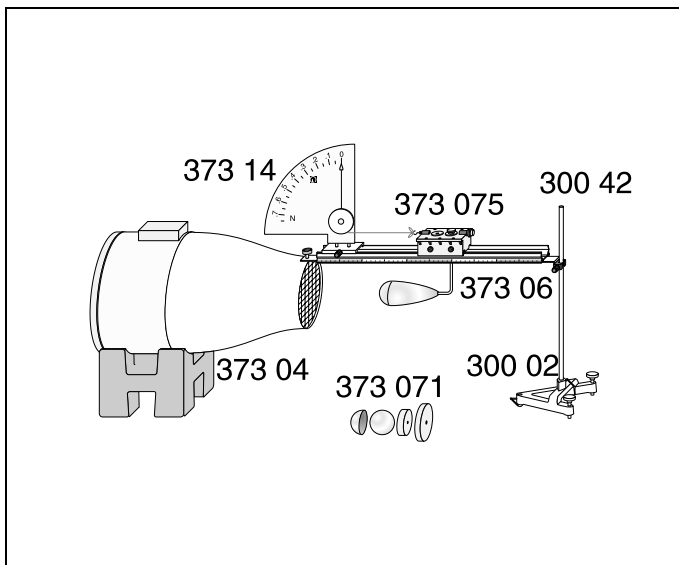


Fig. 7

Aerodynamische Untersuchungen im Freiluftstrahl mit dem Meßzubehör 1 (373 071) und dem Meßwagen zur Aerodynamik (373 075) auf der Offenen Meßstrecke.

Abhängigkeit des Luftwiderstandes, gemessen mit dem Sektorkraftmesser (373 14), vom Querschnitt und von der Form des Körpers.

Aerodynamics experiments in a free air flow using the aerodynamics accessories 1 (373 071) and the aerodynamics trolley (373 075) in the open aerodynamics working session.

Dependency of air resistance, measured with the sector dynamometer (373 14), on the cross-section and the shape of the test object.

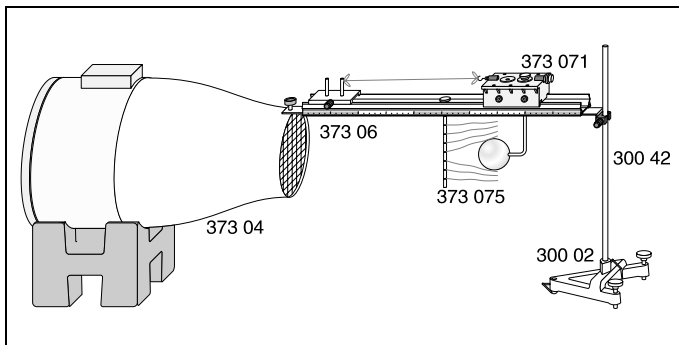


Fig. 8

Veranschaulichung von Stromlinien mit dem Fadenkamm (aus Meßzubehör 1, 373 071)

Demonstration of streamlines using the thread comb (aerodynamics accessories 1, 373 071)

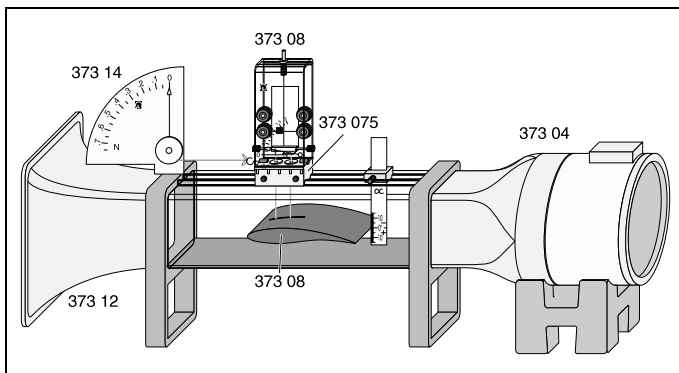


Fig. 9

Untersuchungen am Tragflügel (aus Meßzubehör 2, 373 08) im Windkanal (373 12):

Abhängigkeit des Luftwiderstandes, gemessen mit dem Sektorkraftmesser (373 14) und des Auftriebs, gemessen mit der Auftriebswaage (aus 373 08) in Abhängigkeit vom Anstellwinkel (Aufnahme der Polaren eines Tragflügels)

Experiment with the airfoil (from aerodynamics accessories 2, 373 08) in the wind tunnel (373 12)

Air resistance, measured with the sector dynamometer (373 14), and lift, measured with the lift balance (from 373 08) as a function of the angle of attack (recording of the polar coordinates of an airfoil)

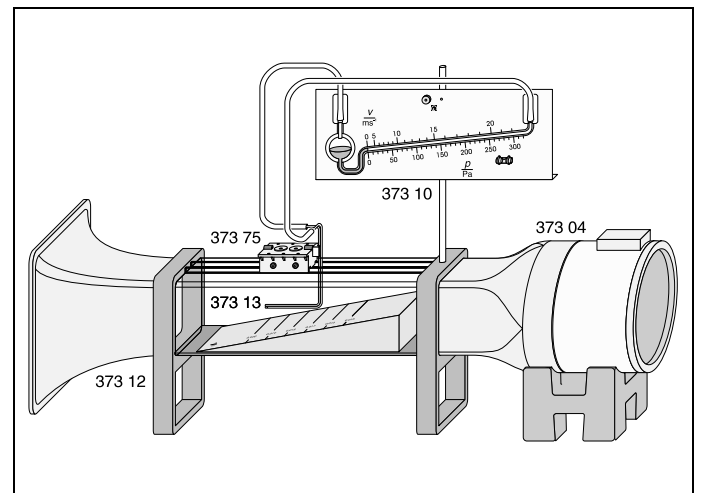


Fig. 10

Verifizierung der Kontinuitätsgleichung und der Bernoulli-Gleichung im Windkanal (373 12), durch dessen schräg ansteigende "Bernoulli-Rampe" unterschiedliche, definierte Strömungsquerschnitte gegeben sind.

Verification of the continuity equation and the Bernoulli equation in the wind tunnel (373 12) whose inclined Bernoulli ramp gives various defined aerodynamic cross-sections.

## Feinmanometer

## Drucksonde

Das Feinmanometer ist ein Druckdifferenzmanometer. Zusammen mit einer Drucksonde erlaubt es die Messung des statischen Druckes, Gesamtdruckes und Staudruckes in strömenden Gasen. Eine zweite Skala gestattet die direkte Ablesung der Windgeschwindigkeit bei Messungen in Luft.

Die Geräte sind in ihrer Dimensionierung auf das Geräteprogramm "Strömungslehre" (373 04ff) abgestimmt.

### 1 Sicherheitshinweise



Gebrauchsanweisung lesen!

- ☐ Manometerflüssigkeit ist bei sachgemäßer Handhabung im Sinne der Arb Stoff V (Verordnung über gefährliche Arbeitsstoffe) nicht gesundheitsschädlich, jedoch nicht trinken, einatmen und bei Berührung mit der Haut gründlich abwaschen.
- ☐ Die Manometerflüssigkeit ist im Sinne des Wasserhaushaltsgesetzes (WHG) wassergefährdend; nicht in die Kanalisation gelangen lassen. Entsorgung s. Richtlinien des Kultusministeriums zur Beseitigung von Chemikalienresten und Abfällen (Mineralöl).
- ☐ Nur die beigelegte Manometerflüssigkeit verwenden, auf die die Kalibrierung abgestimmt ist.
- ☐ Alle Glasteile mit größter Vorsicht behandeln! Insbesondere Schläuche ohne Gewaltanwendung und nur einige Millimeter weit auf die Schlaucholive aufstücken!
- ☐ Manometer mit aufgesteckten Kunststoffkappen aufbewahren!

### 2.1 Feinmanometer

- (1.1) Vorratsgefäß für Manometerflüssigkeit
- (1.2) Schlaucholive,  $\varnothing$  8 mm, zum Einfüllen der Manometerflüssigkeit und zum Schlauchanschluß bei Überdruckmessung
- (1.3) Skala zum Ablesen der Windgeschwindigkeit,  $0 - 22 \text{ ms}^{-1}$ , Skalenteilung  $1 \text{ ms}^{-1}$
- (1.4) Rändelmutter zur Arretierung des Manometers nach der Horizontaljustierung
- (1.5) Schlaucholive,  $\varnothing$  8 mm, zum Schlauchanschluß bei Unterdruckmessung
- (1.6) Libelle zur Horizontaljustierung des Manometers

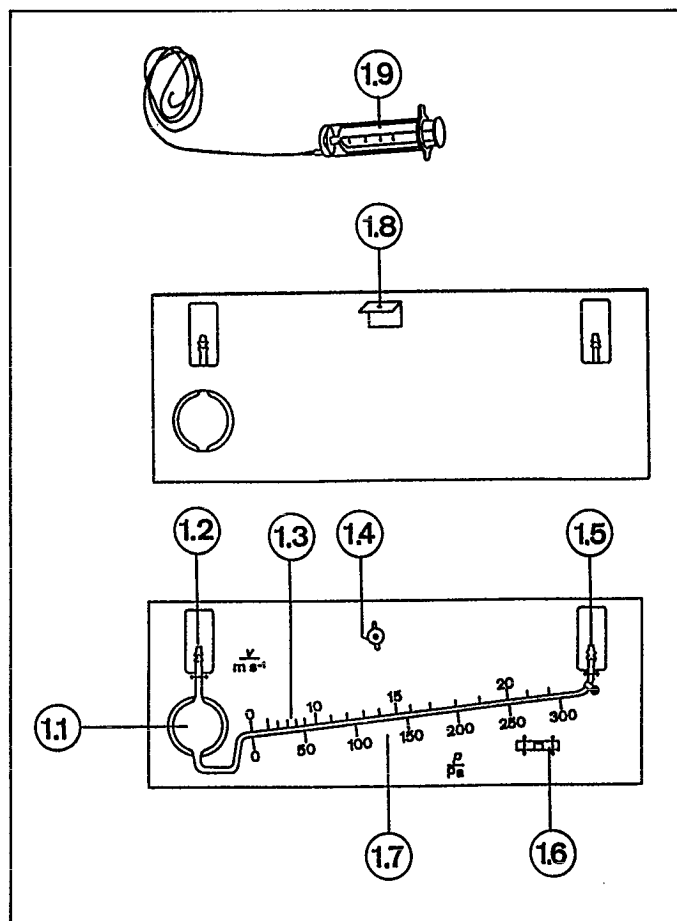


Fig. 1

(1.7) Druckskala, 0 - 310 Pa (entsprechend 0 bis 3,1 mbar), Auflösung 1 Pa, Skalenteilung 5 Pa

Auf der Rückseite

(1.8) Blechwinkel zur Befestigung des Manometers mit einer Leybold-Muffe (301 01) an Stativmaterial

(1.9) Füllspritze mit Schlauch, zum Füllen und Entleeren des Vorratsgefäßes (1.1)

Ohne Abbildung:

Flasche mit Manometerflüssigkeit

Kunststoffschlauch,  $\varnothing$  8 mm

2 Kunststoffkappen zum Verschließen des Manometers

Abmessungen: 49 cm x 19 cm

Masse: 0,9 kg

## 2.2 Drucksonde (373 13)

- (2.1) Gesamtdrucksonde;  
Sondenöffnung gegen die Strömungsrichtung orientiert.
- (2.2) Sonde für statischen Druck;  
Sondenöffnung senkrecht zur Strömungsrichtung orientiert
- (2.3) Halterung mit 4-mm-Stift zur Befestigung der Sonde am Meßwagen (aus Meßzubehör 1 zur Aerodynamik, 373 07)

Ohne Abbildung:

2 Kunststoffschläuche, Ø 8 mm, zum Anschluß der Drucksonde an ein Manometer

Abmessungen: 18 cm x 13 cm x 5 cm

Masse: 0,1 kg

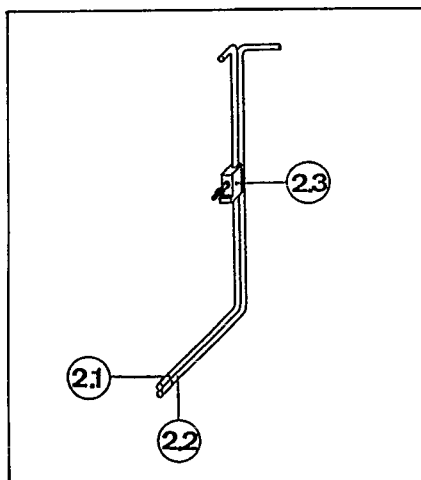


Fig. 2

## 3 Bedienung

Sicherheitshinweise (Abschnitt 1) beachten!

### 3.1 Ausrichten und Füllen des Manometers

Manometer an Stativmaterial befestigen. Rändelmutter (1.4) lockern. Manometer mit Hilfe der Libelle (1.6) GENAU waagrecht ausrichten und Rändelmutter wieder festziehen, ohne dabei die Justierung zu verändern.

Kolben der Spritze bis zum Anschlag vorschieben und Manometerflüssigkeit über den Schlauch durch Zurückziehen des Kolbens aus der Flasche saugen.

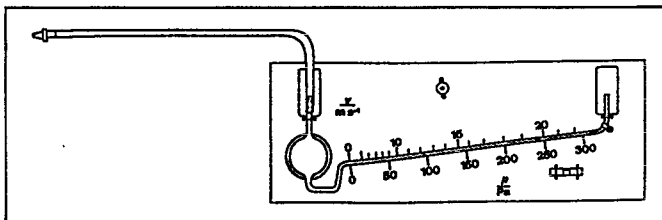
Schlauch in das Vorratsgefäß (1.1) einführen und Vorratsgefäß langsam füllen, bis der Meniskus die Nullmarke der Skalen erreicht hat. Einige Sekunden abwarten, bis die Anzeige einen stationären Wert erreicht hat. Gegebenenfalls Luftblasen absaugen sowie, falls erforderlich, etwas Manometerflüssigkeit nachfüllen oder wieder absaugen.

Wichtig:

Kapillare vor der Messung mit Manometerflüssigkeit benetzen; dazu Manometer kippen und anschließend horizontal ausrichten.

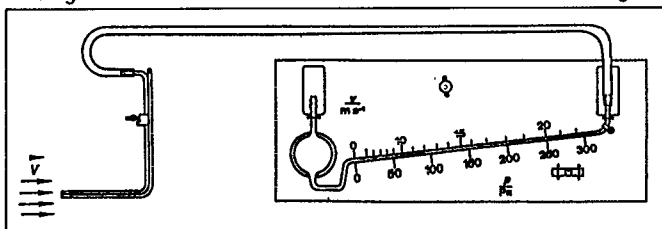
### 3.2 Messung von Überdruck, Unterdruck und Differenzdruck

Messung von Überdruck (Fig. 3):  
Schlauch an die Schlaucholive (1.2) anschließen und mit der Meßstelle, z.B. am Venturirohr (373 09), verbinden.

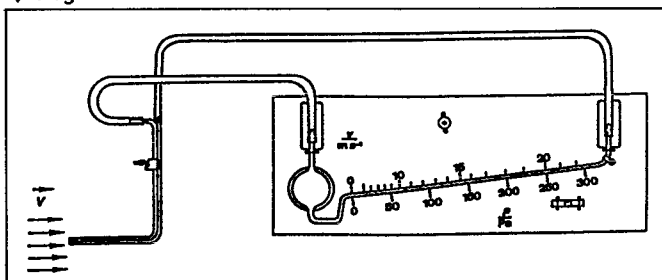


▲ Fig. 3

▼ Fig. 4



▼ Fig. 5



Messung von Unterdruck (Fig. 4):

Schlauch an die Schlaucholive (1.5) anschließen und mit der Meßstelle (hier die Gesamtdrucksonde (2.1) der Drucksonde) verbinden.

Messung des Differenzdrucks (Fig. 5):

Beide Schlaucholiven des Feinmanometers anschließen.

Im dargestellten Beispiel wird Schlaucholive (1.2) mit der Gesamtdrucksonde, die Schlaucholive (1.5) mit der Sonde für den statischen Druck verbunden. Das Manometer zeigt dann die Differenz von Gesamtdruck und statischem Druck, den "Staudruck" an.

### 3.3 Messung der Windgeschwindigkeit

Wie bei der Messung des Differenzdrucks (vergleiche Abschnitt 3.2) verfahren, jedoch entweder die Windgeschwindigkeitsskala (1.3) des Feinmanometers ablesen oder (genauer!) die Windgeschwindigkeit aus dem Staudruck  $\Delta p$ , abgelesen auf der Druckskala (1.7), berechnen:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

### 3.4 Halterung der Drucksonde am Meßwagen (aus 373 07)

4-mm-Stecker der Halterung in passende 4-mm-Buchse des Meßwagens einstecken (Fig. 6); Sonde durch Verschieben in der Halterung vertikal justieren.

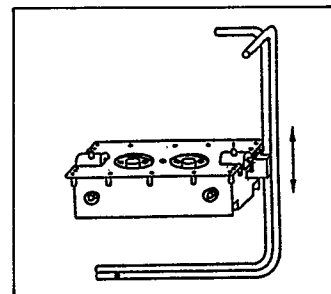


Fig. 6

# 11 Dynamik von Flüssigkeiten und Gasen, Strömungslehre

## 11.1 Allgemeines über strömende Flüssigkeiten und Gase

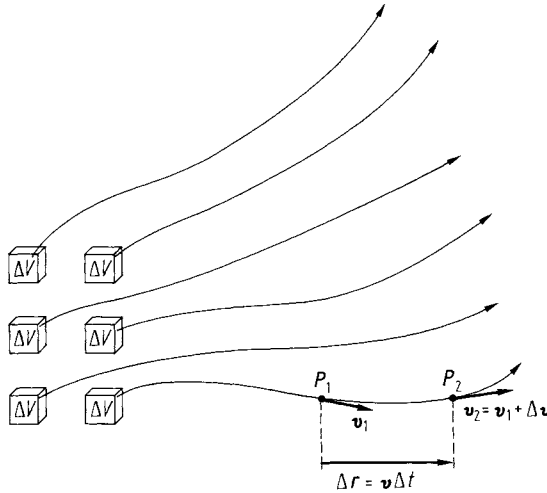
Bisher wurden ruhende Flüssigkeiten betrachtet. Zur Untersuchung der Bewegung von Flüssigkeiten und Gasen müssen wir eine Betrachtung der Kräfte vornehmen, unter deren Einfluss die Strömung erfolgt. Es können zunächst äußere Kräfte, wie die Schwerkraft, auf jedes Flüssigkeitsteilchen wirken; ebenso können Druckdifferenzen eine Beschleunigung hervorrufen. Bei den wirklichen Flüssigkeiten kommen dazu noch innere Kräfte, die die Flüssigkeitsteilchen aufeinander ausüben: Diese Kräfte bewirken die *Viskosität* der Flüssigkeit und werden als *Reibungskräfte* bezeichnet.

Um die Bewegung von Flüssigkeitsteilchen zu beobachten, muss man sie kennzeichnen und sichtbar machen. Man kann z. B. die Oberfläche mit Talkum oder Korkpulver bestäuben. Jedes Staubpartikel bleibt an der gleichen Stelle der Flüssigkeit und wird von der strömenden Flüssigkeitsoberfläche mitgenommen. Für Bewegungen im Inneren der Flüssigkeit kann man kleine schwebende Kunststoff- oder Aluminiumteilchen nehmen. Man kann auch die Flüssigkeit teilweise färben (z. B. durch  $\text{KMnO}_4$ ). In allen Fällen sieht man die *Bahnlinien* der Flüssigkeitsteilchen. Gasströmungen kann man durch Tabakrauch und durch Ammoniaknebel sichtbar machen.

Während sich die so sichtbar gemachte Bahnlinie auf die Geschichte, d. h. das zeitliche Nacheinander eines Teilchens bezieht, kann man sich einen Überblick über die momentanen Strömungsverhältnisse verschaffen, indem man Kurven konstruiert, deren Tangente in jedem Punkt die Richtung der im betrachteten Zeitpunkt vorhandenen Strömungsgeschwindigkeit hat, die sogenannten *Stromlinien*. Diese beziehen sich also auf das momentane Nebeneinander zahlreicher Teilchen, sind also im Allgemeinen von den Bahnlinien verschieden. Nur in dem allerdings besonders wichtigen Fall, dass die Strömung stationär ist, d. h. dass an die Stelle jedes Teilchens im nächsten Moment ein genau gleiches mit gleicher Geschwindigkeit tritt, gibt eine Stromlinie gleichzeitig auch die Bahn jedes Einzelteilchens wieder.

**Navier-Stokes-Gleichung.** Die Grundlage für jede quantitative Behandlung der Dynamik von Flüssigkeiten ist die Newton'sche Grundgleichung für die Bewegung von Massenpunkten,  $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}$  (Gl. (4.18), Abschn. 4.2). Dabei repräsentiert  $\mathbf{F}$  die Summe aller Kräfte, die auf ein Volumenelement der Flüssigkeit wirken. Wir beschränken uns hier auf die wichtigsten Kraftbeiträge, nämlich die Druckkraft, die Reibungskraft und die Schwerkraft.

Wie in den Lehrbüchern der theoretischen Physik gezeigt wird, lässt sich die Newton'sche Grundgleichung für die Bewegung kontinuierlich im Raum verteilter Medien in folgender Form schreiben:



**Abb. 11.1** Bahnkurven von Flüssigkeitselementen, wie sie durch die Navier-Stokes-Gleichung (11.1) beschrieben werden

$$\varrho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} + \varrho \mathbf{g}. \quad (11.1)$$

Dabei ist  $\varrho$  die Massendichte der Flüssigkeit,  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  ihre Geschwindigkeit,  $\eta$  ihre Viskosität (Abschn. 11.5),  $p$  der Druck und  $\mathbf{g}$  die Erdbeschleunigung. Die Vektoroperatoren lauten in kartesischen Koordinaten

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{e}_z$$

und

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{v} = & \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \mathbf{e}_x \\ & + \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \mathbf{e}_y + \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \mathbf{e}_z. \end{aligned}$$

Alle Terme der Gl. (11.1) sind volumenbezogen mit der Einheit  $1 \text{ N/m}^3 = 1 \text{ kg s}^{-2} \text{ m}^{-2}$ . Die Viskosität  $\eta$  mit der Einheit  $1 \text{ kg/(m s)} = 1 \text{ Pa s}$  beträgt für Gase etwa  $10^{-5} \text{ Pa s}$ , für Wasser  $10^{-3} \text{ Pa s}$  und für Öle  $1 \text{ Pa s}$ . Sie wird in Abschn. 11.5 ausführlich besprochen.

Gl. (11.1) heißt *Navier-Stokes-Gleichung* nach C. L. M. H. Navier (1785–1836) und G. G. Stokes (1819–1903). Sie ist eine nichtlineare partielle Differentialgleichung für die Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  des Flüssigkeitselements als Funktion von Ort und Zeit (Abb. 11.1). Ihre Lösung liefert die Beziehung  $\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ . Die Navier-Stokes-Gleichung lässt sich nur in seltenen Fällen analytisch lösen; meistens muss man numerische Methoden benutzen.

Wir werden die Navier-Stokes-Gleichung im Folgenden nur selten zur theoretischen Herleitung experimenteller Befunde verwenden; das ginge über den Rahmen unserer Darstellung hinaus. Jedoch wollen wir uns die Bedeutung ihrer einzelnen Terme kurz



vor Augen führen. Die Variable  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  ist die Geschwindigkeit der Flüssigkeit an einem festen Punkt im Raum, nicht aber die Geschwindigkeit eines bestimmten Volumenelements. Die linke Seite der Gleichung sieht auf den ersten Blick etwas kompliziert aus, stellt jedoch nichts anderes dar als die gesamte zeitliche Änderung des Impulses  $d\mathbf{p}/dt = m d\mathbf{v}/dt = \rho V d\mathbf{v}/dt$  an einer bestimmten Stelle im Raum. Die Geschwindigkeit kann sich nämlich auf zweierlei Weise ändern: einmal weil sich  $\mathbf{v}$  an einem festen Punkt im Raum im Lauf der Zeit verändert – das liefert den Beitrag  $\partial \mathbf{v} / \partial t$  – und zum anderen, weil sich die Flüssigkeit während der Zeit  $dt$  bewegt – das liefert den Beitrag  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ . Dies lässt sich folgendermaßen einsehen: Wir betrachten noch einmal Abb. 11.1 und dort die kleine Verschiebung  $\Delta \mathbf{r}$  eines Elements  $\Delta V$  von  $P_1$  nach  $P_2$  in der Zeitspanne  $\Delta t$ . Es gilt  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{v} \Delta t$  mit  $\Delta r_x = v_x \Delta t$ ,  $\Delta r_y = v_y \Delta t$  und  $\Delta r_z = v_z \Delta t$ . Für genügend kleine Zeitintervalle lässt sich  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  in eine Taylor-Reihe entwickeln:

$$\begin{aligned} & \mathbf{v}_2(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, t + \Delta t) \\ &= \mathbf{v}_2(x + v_x \Delta t, y + v_y \Delta t, z + v_z \Delta t, t + \Delta t) = \mathbf{v}_1 + \Delta \mathbf{v} \\ &\approx \mathbf{v}_1(x, y, z, t) + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} v_x \Delta t + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} v_y \Delta t + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} v_z \Delta t + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \Delta t. \end{aligned}$$

Die Gesamtbeschleunigung ist definiert als  $\mathbf{a} = \Delta \mathbf{v} / \Delta t = (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) / \Delta t$ , und das ergibt

$$\mathbf{a} = v_x \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}.$$

Mit der oben angegebenen Definition des Nabla-Operators  $\nabla$  kann man das folgendermaßen schreiben:

$$\mathbf{a} = (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}. \quad (11.2)$$

Damit ist die Form der linken Seite der Navier-Stokes-Gleichung verständlich. Auf der rechten Seite steht als erster Beitrag zur Kraftdichte der *Druckgradient*. Wir betrachten in Abb. 11.2a ein Volumenelement  $\Delta V$ , auf das von links der Druck  $p_0$  wirkt, von rechts der etwas größere Druck  $p = p_0 + \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x$ . Die Kraft auf die linke Seitenfläche ist dann  $F_{+x} = p_0 \Delta y \Delta z$ , auf die rechte  $F_{-x} = p \Delta y \Delta z$ , ihre Resultierende  $F_{+x} - F_{-x} = (p_0 - p) \Delta y \Delta z$ , und die Kraftdichte wird  $(F_{+x} - F_{-x}) / \Delta V = (p_0 - p) / \Delta x \approx \partial p / \partial x$ . Da sie in negativer  $x$ -Richtung wirkt, bekommt sie das negative Vorzeichen. Führt man dies auch für die  $y$ - und die  $z$ -Komponente durch, so folgt

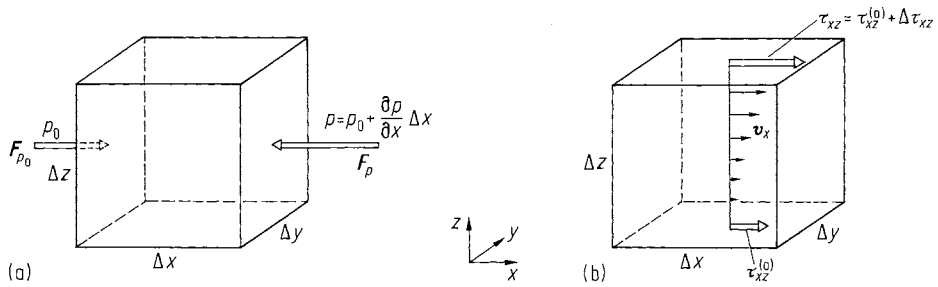
$$\frac{\mathbf{F}}{\Delta V} = -\frac{\partial p}{\partial x} \mathbf{e}_x - \frac{\partial p}{\partial y} \mathbf{e}_y - \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{e}_z$$

oder

$$\frac{\mathbf{F}}{\Delta V} = -\nabla p. \quad (11.3)$$

Die Druckkraft wirkt also immer in entgegengesetzter Richtung zum Druckgradienten, denn dieser zeigt in Richtung wachsenden Drucks.

Das zweite Glied auf der rechten Seite der Navier-Stokes-Gleichung ist die *Kraftdichte der inneren* (viskosen) *Reibung* der Flüssigkeit. Die Materialkonstante Viskosität wird in Abschn. 11.5 genauer erläutert. Sie ist definiert als das Verhältnis zwischen einer



**Abb. 11.2** Zur Kraftdichte in einer Flüssigkeit aufgrund eines Druckgradienten (a) und eines Schubspannungsgradienten (b)

Schubspannung  $\tau_{xz}$  und der Geschwindigkeitsänderung  $\partial v_x / \partial z$  senkrecht zur Fläche, an der diese Schubspannung angreift (Abb. 11.2b),  $\eta = \tau_{xz} / (\partial v_x / \partial z)$ . Die Geschwindigkeitsänderung aufgrund der Reibung ist aber ihrerseits proportional zur Größe der Schubspannungsdifferenz zwischen der bewegten Fläche und einer Referenzfläche (in Abb. 11.2b die Bodenfläche des Würfels),  $\partial v_x / \partial z \sim \Delta \tau_{xz}$ . Daher wird die Kraftdichte der inneren Reibung  $F / \Delta V = F / (\Delta x \Delta y \Delta z) = \Delta \tau_{xz} / \Delta z$  proportional zur zweiten Ortsableitung von  $v$ ,

$$\frac{F}{\Delta V} = \frac{\Delta \tau_{xz}}{\Delta z} = \eta \frac{\Delta}{\Delta z} \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \approx \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}.$$

Eine entsprechende dreidimensionale Betrachtung liefert auf diese Weise den zweiten Term auf der rechten Seite von Gl. (11.1), die Reibungskraftdichte  $\eta \nabla^2 \mathbf{v}$ .

Der dritte Term, die Schwerkraftdichte  $\rho \mathbf{g} = \mathbf{F}_g / \Delta V$ , ergibt sich einfach aus der Definition des Gewichts  $\mathbf{F}_g = m \mathbf{g} = \rho \mathbf{g} \Delta V$ .

Wir wollen uns auch die Größenordnung der einzelnen Terme der Navier-Stokes-Gleichung an einem einfachen Beispiel überlegen, nämlich an Wasser, das aus einem Hahn strömt. Die Dichte des Wassers beträgt  $\rho_w = 10^3 \text{ kg/m}^3$  und seine Viskosität bei  $20^\circ \text{C}$   $\eta_w \approx 10^{-3} \text{ Pa s}$  (s. Tab. 11.1, S. 429). Die Druckkraft ergibt sich aus der Druckdifferenz ( $\Delta p \approx 1 \text{ bar}$ ) zwischen der vom Wasserwerk kommenden Hauptleitung und dem Luftdruck an der Ausflussöffnung. Für  $\Delta x \approx 10 \text{ m}$  von der Hauptleitung zum Hahn ist  $|\nabla p| = \Delta p / \Delta x \approx 10^4 \text{ N/m}^3$ . Die Reibungskraft beträgt bei einer Geschwindigkeit des Wassers in der Mitte des Rohres (Radius  $R \approx 1 \text{ cm}$ ) von  $v = 1 \text{ m/s}$  etwa  $\eta \nabla^2 v = 20 \text{ N/m}^3$ . Dabei haben wir in Rohrrichtung  $\partial^2 v / \partial x^2 \approx 0$  angesetzt und radial  $\partial^2 v / \partial y^2 = \partial^2 v / \partial z^2 = (1 \text{ m/s}) / R^2$ . Die Dichte der Gewichtskraft beträgt  $\rho g \approx 10^4 \text{ N/m}^3$ . Auf der rechten Seite der Navier-Stokes-Gleichung haben wir daher folgende Situation:

Druckkraftdichte		Reibungskraftdichte		Schwerkraftdichte
$ \nabla p $	+	$ \eta \nabla^2 \mathbf{v} $	+	$ \rho g $
$10^4 \text{ N/m}^3$	+	$20 \text{ N/m}^3$	+	$10^4 \text{ N/m}^3$

Die Reibung ist also in diesem Beispiel gegenüber Druck und Schwerkraft zu vernachlässigen. (Ganz anders wird das bei Glycerin oder zähen Ölen mit einer im Vergleich zu Wasser rund 1000-mal höheren Viskosität!) Die linke Seite der Navier-Stokes-Gleichung  $\rho (\partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) = \rho \mathbf{a}$ , die Zeitableitung der Impulsdichte, muss demnach ebenfalls

von der Größenordnung  $10^4 \text{ N/m}^3$  sein. Das ergibt für die Beschleunigung  $a \approx 10 \text{ m/s}^2$ , etwa den Betrag der Erdbeschleunigung.

**Gültigkeitsgrenzen der Navier-Stokes-Gleichung.** Gl. (11.1) wurde, wie schon erwähnt, unter der Bedingung räumlich und zeitlich konstanter Dichte formuliert. Diese Bedingung ist bei vielen, häufig vorkommenden Strömungen gut erfüllt. Flüssigkeiten haben eine so kleine Kompressibilität ( $\kappa \approx 10^{-4} \text{ bar}^{-1}$ ), dass ziemlich hohe Drücke notwendig sind, um ihre Dichte merklich zu erhöhen. Bei Wasser bewirkt ein Druck von 100 bar nur 0.5 % Dichtezunahme (s. Abschn. 10.4, Tab. 10.1). Derart hohe Drücke kommen in Strömungen nur selten vor. Bei Gasen erwartet man zunächst wegen ihrer 10 000-mal höheren Kompressibilität viel größere Dichteänderungen. Jedoch sind in den meisten Gasströmungen die Druckdifferenzen so klein (Größenordnung 10 mbar), dass die Dichteänderungen ebenfalls selten 1 % übersteigen. Das gilt z. B. für den Schweredruck bei Höhendifferenzen von weniger als 100 m und für den dynamischen Druck (s. Abschn. 11.2) bei Geschwindigkeiten unterhalb von etwa 50 m/s. Kommt  $v$  dagegen in die Größenordnung der Schallgeschwindigkeit, so wird die Dichte davon ganz erheblich beeinflusst. Dann muss die Navier-Stokes-Gleichung entsprechend ergänzt werden.

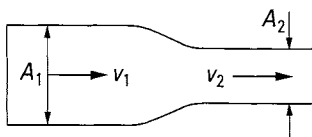
Neben der Dichte  $\rho$  enthält die Navier-Stokes-Gleichung als zweite Materialkonstante die Viskosität  $\eta$ . Auch sie kann vom Ort und von der Zeit abhängen, sie kann sogar anisotrop sein. Hier muss die Navier-Stokes-Gleichung ebenfalls ergänzt werden.

Wie wir weiter oben gesehen hatten, ist die Reibungskraft bei Strömungen oft klein gegen die Druck- und Schwerkraft. Man kann dann das Reibungsglied  $\eta \nabla^2 v$  in Gl. (11.1) vernachlässigen. Das vereinfacht die Berechnung der Geschwindigkeit ganz erheblich. Die Bewegungsgleichung heißt dann *Euler-Gleichung* (Leonhard Euler, 1707–1783). Wir werden im nächsten Abschnitt Beispiele dafür kennenlernen. – Zur weiteren Vereinfachung betrachtet man oft *stationäre* Strömungen. Das sind Bewegungen, bei denen  $v$  nicht explizit von der Zeit abhängt, also an einem bestimmten Ort zeitlich konstant bleibt. Dann ist  $\partial v / \partial t = 0$ , und Gl. (11.1) wird ebenfalls einfacher.

## 11.2 Kontinuitätsgleichung, Bernoulli'sche Gleichung

**Kontinuitätsgleichung.** Ein Rohr (Abb. 11.3) möge an zwei Stellen die Querschnittsflächen  $A_1$  und  $A_2$  besitzen. Strömt nun eine Flüssigkeit durch die Fläche  $A_1$  mit der Geschwindigkeit  $v_1$ , so muss sie durch die Fläche  $A_2$  mit einer solchen Geschwindigkeit  $v_2$  strömen, dass bei Inkompressibilität

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (11.4)$$



**Abb. 11.3** Zur Ableitung der Kontinuitätsgleichung

ist; denn beide Ausdrücke stellen das Flüssigkeitsvolumen dar, das pro Zeit durch die beiden Querschnittsflächen hindurchtritt. Wären diese Ausdrücke nicht gleich, würde das bedeuten, dass eine Flüssigkeitsansammlung bzw. Flüssigkeitsverminderung an einem der beiden Querschnittsflächen erfolgte, was unmöglich ist. Gl. (11.4) besagt, dass die Strömungsgeschwindigkeiten sich umgekehrt proportional zu den Querschnittsflächen verhalten. Sie heißt *Kontinuitätsgleichung*. Das Produkt Querschnittsfläche  $A$  mal Geschwindigkeit  $v$  ist gleich  $A \cdot ds/dt = dV/dt$ . Man nennt diese Größe auch Stromstärke, in diesem Fall für den *Volumenstrom*. Die Kontinuitätsgleichung besagt also, dass der Volumenstrom in einem Rohr an allen Stellen den gleichen Wert hat.

In einem bestimmten, abgegrenzten Volumen befindet sich zur Zeit  $t$  die Flüssigkeitsmasse  $\int \rho dV$ , zur Zeit  $t + dt$  also die Masse  $\int (\rho + \partial \rho / \partial t dt) dV$ . Die in der Zeit  $dt$  zuströmende Flüssigkeit, d. h. der Massenstrom ist also  $\int \partial \rho / \partial t dV$ . Für die in der gleichen Zeit durch ein Flächenelement  $dA$  tretende Flüssigkeit erhält man aber – in der gewählten Normalenrichtung  $\mathbf{n}$  – auf die gesamte Oberfläche bezogen  $\int_A \rho \mathbf{v}_n \cdot d\mathbf{A}$ , oder nach Umformung auf ein Volumenintegral mit Hilfe des Gauß'schen Satzes der Vektoranalysis  $\int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) dV$ . Diese beiden Massenströme müssen gleich sein und für ein beliebiges Volumen gelten, so dass hieraus die Gleichheit der Integranden folgt. Man erhält also

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (11.5)$$

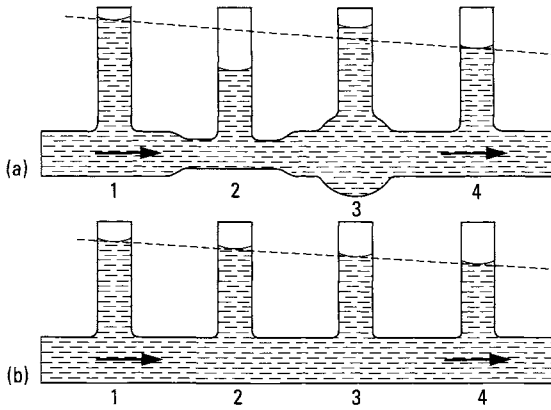
Dies ist die allgemeine Form der für ein quellenfreies Gebiet geltenden Kontinuitätsgleichung. Sie ist ein Erhaltungssatz (Erhaltung der Masse). Sie ergibt sich auch aus der Navier-Stokes-Gleichung unter der Voraussetzung reibungsfreier und stationärer Strömung. Für konstantes  $\rho$ , d. h. Inkompressibilität, vereinfacht sich Gl. (11.5) und es ergibt sich

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (11.6)$$

Nun soll die *Druckverteilung* in der strömenden Flüssigkeit behandelt werden. Wenn durch eine Querschnittsverkleinerung der Röhre die Geschwindigkeit zunimmt, so bedeutet dies, dass jedes Flüssigkeitsteilchen eine Beschleunigung erfährt, deren Ursache eine in Richtung der Beschleunigung wirkende Kraft sein muss. Beziehen wir diese Kraft auf die Querschnittsfläche, so erhalten wir den in der Flüssigkeit wirkenden Druck. *Es muss demnach in einer strömenden Flüssigkeit der Druck mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit abnehmen und mit abnehmender Geschwindigkeit zunehmen.*

Die Richtigkeit dieser zunächst qualitativen Überlegung kann man an der in Abb. 11.4 skizzierten Anordnung prüfen. Durch ein weites horizontales Rohr lassen wir aus der Wasserleitung Wasser strömen. Das Rohr der Abb. 11.4a ist an der Stelle 2 verengt, an der Stelle 3 erweitert und besitzt zur Messung des Drucks an den Stellen 1, 2, 3 und 4 vertikal angesetzte Glasrohre, die als Flüssigkeitsmanometer dienen. Am Ende des horizontalen Rohres wird die Strömung durch einen Hahn stark gedrosselt. Es ergeben sich dann in den Manometern die in Abb. 11.4a gezeichneten Einstellungen der Flüssigkeitssäulen, deren Höhen den an der jeweiligen Ansatzstelle herrschenden Druck zeigen. An der Stelle 2 (größere Geschwindigkeit) ist der Druck erniedrigt, an der Stelle 3 (kleinere Geschwindigkeit) erhöht gegenüber dem an den Stellen 1 und 4 herrschenden Druck.

In Wirklichkeit steht an der Stelle 4 das Wasser im Manometer niedriger als an der Stelle 1. Dies ist eine Folge der nicht zu vermeidenden Reibung. Um aber das Druckgefälle



**Abb. 11.4** Druckverteilung in einer durch ein Rohr strömenden Flüssigkeit, (a) Rohr mit veränderlicher Querschnittsfläche, (b) Rohr mit konstanter Querschnittsfläche

klein zu machen, haben wir den Rohrquerschnitt groß genommen. Zur experimentellen Elimination dieses Druckverlustes lassen wir das Wasser in einem zweiten Versuch durch ein Rohr von gleich großer und gleich bleibender Querschnittsfläche strömen und erhalten die in Abb. 11.4b wiedergegebene Druckverteilung, die einen gleichmäßig schwachen Abfall von 1 nach 4 zeigt.

**Bernoulli'sche Gleichung.** Um den Zusammenhang zwischen Druck und Geschwindigkeit bei idealen (= reibungsfreien) Flüssigkeiten quantitativ zu erfassen, werde der Energieerhaltungssatz auf ein Stück einer Stromröhre angewendet. Eine Flüssigkeitsmenge der Masse  $m$ , dem Volumen  $V$  und der Dichte  $\varrho$  muss in einem sich verengenden Rohr von der Geschwindigkeit  $v_0$  auf  $v$  beschleunigt werden. Der statische Druck sinkt dabei von  $p_0$  (vor der Verengung) auf  $p$  (in der Verengung). Das erfordert die Arbeit

$$V(p_0 - p) = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2) \quad \text{oder} \quad p_0 V + \frac{m}{2}v_0^2 = pV + \frac{m}{2}v^2.$$

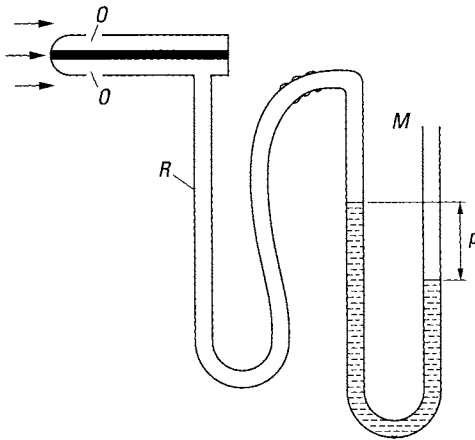
Bei schräg stehendem Rohr kommt noch der jeweilige Anteil der potentiellen Energie  $mgh_0$  bzw.  $mgh$  hinzu, wenn  $h - h_0$  die Höhendifferenz zwischen den betrachteten beiden Rohrquerschnitten ist. Die Summe dieser drei Energien muss aber konstant sein, da diese Gleichung ja für jede beliebige Stelle des Rohres gilt, also

$$pV + \frac{m}{2}v^2 + mgh = \text{const.}$$

Mit  $\varrho V = m$  erhält man daraus die *Bernoulli'sche Gleichung* (Daniel Bernoulli, 1700 – 1782) für eine Stromröhre:

$$\varrho gh + \frac{\varrho}{2}v^2 + p = \text{const.} \quad (11.7)$$

Dabei wird der numerische Wert der Konstante im Allgemeinen von Röhre zu Röhre wechseln. Nur in dem Fall, in dem die Bewegung durch einen Druck aus der Ruhe erzeugt wurde, d. h. für eine wirbelfreie Bewegung, muss die Konstante für die ganze Flüssigkeit die gleiche sein.



**Abb. 11.5** Drucksonde mit Manometer zur Messung des statischen Drucks

In dem besonderen Fall, dass äußere Kräfte ausgeschaltet sind (Stromröhre horizontal,  $h = \text{const}$ ), nimmt die Bernoulli'sche Gleichung die Form an:

$$p + \frac{\rho}{2}v^2 = \text{const.} \quad (11.8)$$

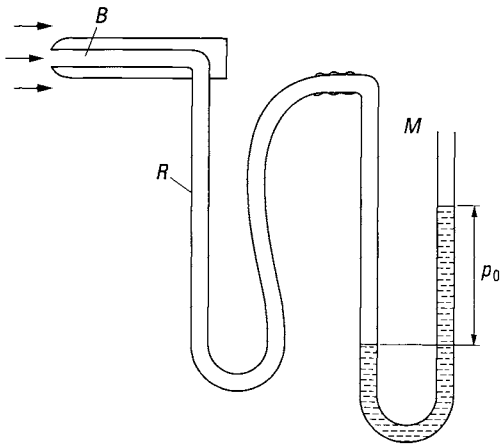
In dieser Gestalt beschreibt sie quantitativ, was wir qualitativ schon vorher erkannt hatten, dass der Druck in einer strömenden Flüssigkeit umso kleiner ist, je größer die Geschwindigkeit an der betreffenden Stelle ist. Bezeichnen wir insbesondere den Druck in der ruhenden Flüssigkeit ( $v = 0$ ) mit  $p_0$ , so folgt aus Gl. (11.8):

$$p_0 = p + \frac{\rho}{2}v^2, \quad (11.9)$$

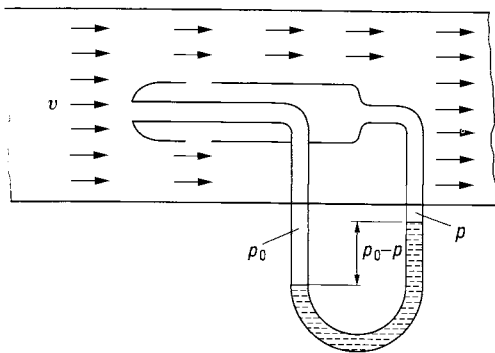
$p_0$  wird als *Gesamtdruck*,  $p$  als *statischer Druck*, die Größe  $(\rho/2)v^2$ , die ja von der Dimension eines Drucks ist, als *hydrodynamischer Druck*, auch kurz als *dynamischer Druck* oder *Staudruck* bezeichnet. In dieser Ausdrucksweise kann man die Bernoulli'sche Gleichung so schreiben: *Gesamtdruck* = *statischer Druck* + *dynamischer Druck* (*Staudruck*). Die Bernoulli'sche Gleichung ist von großer Bedeutung für die ganze Hydrodynamik reibungsloser Flüssigkeiten, und soweit man die Reibung vernachlässigen kann, für die Hydrodynamik überhaupt.

Wie werden nun der statische Druck  $p$  und der Staudruck  $\frac{1}{2}\rho v^2$  gemessen? Die Messung der einzelnen Drücke geschieht zweckmäßig mit Hilfe besonderer *Drucksonden*, die man an die betreffende Stelle in die Flüssigkeitsströmung einführt. In Abb. 11.5 ist eine Drucksonde im Längsschnitt gezeichnet, die zur Messung des statischen Drucks  $p$  in der strömenden Flüssigkeit dient; sie ersetzt die bisher von uns in Abb. 11.4 benutzten, an der Rohrleitung fest angebrachten Flüssigkeitsmanometer. Die Öffnungen  $O$  befinden sich in dem Mantel der Sonde und liegen parallel zu den Stromlinien. Die Sonde steht durch das Rohr  $R$  über eine Schlauchleitung mit einem Flüssigkeitsmanometer  $M$  in Verbindung.

Zur Messung des Gesamtdrucks  $p_0$  dient die in Abb. 11.6 dargestellte Sonde, die nach ihrem Erfinder *Pitot-Rohr* genannt wird (H. Pitot, 1695–1771). Sie besitzt eine axiale Bohrung  $B$ , die wieder über ein Rohr  $R$  und eine Schlauchleitung mit einem Flüssigkeitsmanometer  $M$  in Verbindung steht. Für die gegen das vordere Ende der Sonde ankommenden Strömungslinien bildet sich vor der Sonde ein Staugebiet, in dem die Flüssigkeit zur



**Abb. 11.6** Pitot-Rohr mit Manometer zur Messung des Gesamtdrucks



**Abb. 11.7** Staurohr nach Prandtl

Ruhe kommt ( $v = 0$ ), so dass der hier herrschende, vom Manometer gemessene statische Druck  $p$  gleich dem Gesamtdruck  $p_0$  ist. Zu dem statischen Druck  $p$  tritt  $\frac{1}{2}\rho v^2$  hinzu, um als Summe beider  $p_0$  zu liefern; so erklärt sich auch die Bezeichnung „Staudruck“ für  $\frac{1}{2}\rho v^2$ .

Die Differenz von Gesamtdruck  $p_0$  und statischem Druck  $p$  liefert nach Gl. (11.9) den Staudruck  $\frac{1}{2}\rho v^2$ . Er lässt sich mit einem von Ludwig Prandtl (1875 – 1953) angegebenen Staurohr messen, das eine Vereinigung von Drucksonde und Pitot-Rohr darstellt (Abb. 11.7). Das mit zwei Schlauchleitungen an das Staurohr angeschlossene Manometer gibt direkt den Staudruck als Differenz von Gesamtdruck  $p_0$  und statischem Druck  $p$  an. Aus dem so gemessenen Druckunterschied  $p_0 - p$  ergibt sich nach Gl. (11.9) die Strömungsgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}}. \quad (11.10)$$

Das Staurohr stellt daher ein sehr bequemes Gerät zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten dar und wird z. B. beim Flugzeug zur Messung der Fluggeschwindigkeit relativ zur umgebenden Luft benutzt.

Mit der Bernoulli'schen Gleichung rechtfertigt man die Behauptung, dass wir im Allgemeinen von der Kompressibilität der Gase absehen dürfen, solange die Strömungs-

geschwindigkeit nicht in die Größenordnung der Schallgeschwindigkeit (in Luft etwa 340 m/s) kommt. Nehmen wir z. B. eine Strömungsgeschwindigkeit von  $v = 50 \text{ m/s}$  an, so erhält man mit einer Dichte von  $\rho = 1.293 \text{ kg m}^{-3}$  aus Gl. (11.9) für den statischen Druck der strömenden Luft:  $p = 0.99 p_0$ , d. h. nur um 1 % abweichend vom Druck der ruhenden Luft. Bei einer Geschwindigkeit von  $v = 100 \text{ m/s}$  würde sich ergeben:  $p = 0.935 p_0$ , d. h. eine Druckänderung um ungefähr 6.5 %. Ebenso groß sind auch die Dichteänderungen nach dem Boyle-Mariotte'schen Gesetz. Man ist daher in der Tat berechtigt, von der Kompressibilität im Allgemeinen abzusehen. Allerdings wird bei Schallgeschwindigkeit ( $v = 340 \text{ m/s}$ )  $p = 0.26 p_0$ . Dies bedeutet eine Druck- bzw. Dichteänderung von 74 %!

**Anwendungen der Bernoulli'schen Gleichung.** Wenn ein kegelförmiger Körper in Richtung von der Spitze zur Basis angeströmt wird, findet eine Zusammendrängung der Strömung, d. h. eine Vergrößerung der Strömungsgeschwindigkeit am Rand der Kegelbasis statt; dort muss also der kleinste statische Druck  $p$  herrschen. Auf dieser Erscheinung beruht die Wirkung der *Schiffsentlüfter*. In Abb. 11.8 ist ein solcher Entlüfter im Längsschnitt gezeichnet; die Stromlinien der ihn umströmenden Luft sind ebenfalls angedeutet. In die Gebiete verminderten Drucks bei  $a$  strömt aus dem Inneren des Entlüfters Luft hinein, so dass eine Saugwirkung im Schacht zustande kommt. Auch auf Schornsteinen bringt man häufig derartige Aufsätze an, um einen besseren Zug zu erhalten. – Eine ganz persönliche Erfahrung mit dem dynamischen Druck hat wohl jeder schon einmal gemacht: Bei starkem Sturm empfindet man Atemnot, weil die den Kopf umströmende Luft einen niedrigeren statischen Druck hat als die vergleichsweise ruhende Luft in der Lunge. Mund und Nase wirken dann wie Schiffsentlüfter.

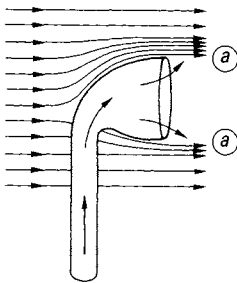


Abb. 11.8 Schiffsentlüfter

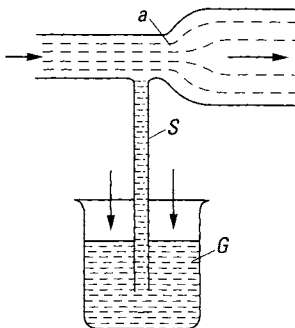


Abb. 11.9 Saugwirkung bei Flüssigkeitsströmung



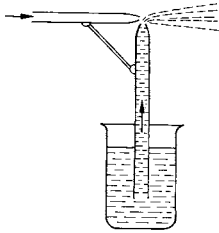


Abb. 11.10 Zerstäuber

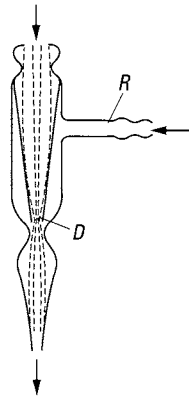


Abb. 11.11 Wasserstrahlpumpe

In Abb. 11.9 ist eine Rohrleitung gezeichnet, die sich an der Stelle *a* auf einen größeren Querschnitt erweitert. Dicht vor der Erweiterung ist eine Steigleitung *S* in das enge Rohr eingeführt, die mit ihrem unteren Ende in das mit Wasser gefüllte Gefäß *G* mündet. Lässt man nun Wasser von dem engen in das weite Rohr einströmen, kann bei genügender Strömungsgeschwindigkeit der statische Druck in dem engen Rohr so klein werden, dass der von außen wirkende Luftdruck das im Gefäß *G* befindliche Wasser in dem Rohr *S* empodrückt. Man kann daher mit einer solchen an eine Wasserleitung angeschlossenen Vorrichtung Wasser aus einem Behälter saugen (Keller auspumpen). Nach dem gleichen Prinzip arbeitet auch der in Abb. 11.10 dargestellte *Zerstäuber*. Der aus der Düse austretende Luftstrom saugt das Wasser in dem Steigrohr empor und zerstäubt es.

Bei der in Abb. 11.11 dargestellten, von Robert Wilhelm Bunsen (1811 – 1899) zuerst angegebenen *Wasserstrahlpumpe* strömt das Wasser mit großer Geschwindigkeit durch die Düse *D* und saugt die in der Umgebung befindliche Luft an. Auf diese Weise kann ein an das Rohr *R* angeschlossenes Gefäß bis auf Drücke von 20 – 25 mbar evakuiert werden. In dem ebenfalls von Bunsen angegebenen *Bunsenbrenner* (Abb. 11.12) saugt das aus der Düse *D* mit großer Geschwindigkeit ausströmende Leuchtgas durch die in dem Brennerrohr *B* befindlichen seitlichen Öffnungen *O* Luft in den Gasstrahl hinein,

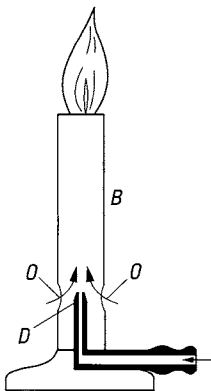


Abb. 11.12 Bunsenbrenner

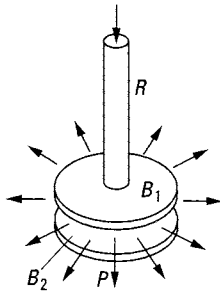


Abb. 11.13 Hydrodynamisches Paradoxon

so dass die Leuchtgasflamme den zur vollständigen Verbrennung der Kohlenstoffteilchen erforderlichen Sauerstoff erhält.

Besonders anschaulich lässt sich die Druckverminderung in einem Luftstrom hoher Geschwindigkeit mit einem von N. Clément (ca. 1770 – ca. 1842) und C. B. Désormes (1777 – 1862) angegebenen Apparat zeigen (Abb. 11.13). Am Ende eines etwa 1 cm starken Rohres  $R$  ist eine in der Mitte durchbohrte Platte  $B_1$  von etwa 10 cm Durchmesser angebracht. Bläst man kräftig in das Rohr hinein, so wird eine unter  $B_1$  befindliche zweite Platte  $B_2$  gegen  $B_1$  heftig angesaugt. Da sich der Luftstrom nach dem Austritt aus der Öffnung des Rohres  $R$  nach allen Seiten erweitert, ist seine Geschwindigkeit an der Öffnung wesentlich größer als am Rand der Scheibe  $B_1$ . Infolgedessen ist der statische Druck im Luftstrom in der Mitte zwischen den beiden Scheiben kleiner als der im Außenraum herrschende Atmosphärendruck. Dieser drückt daher die Platte  $B_2$  von unten gegen  $B_1$  (sogenanntes *hydrodynamisches Paradoxon*).

Lässt man aus einem Rohr  $D$  (Abb. 11.14) einen Luftstrom austreten und bringt von der Seite einen leichten Tischtennisball  $B$  an den Luftstrahl heran, so wird dieser von dem Strahl getragen. Der Ball klebt gewissermaßen an dem Luftstrahl. Die Erklärung dieses Versuchs ergibt sich sofort, wenn man den Verlauf der Stromlinien anhand der Abb. 11.14 betrachtet. Oberhalb des Balls tritt eine starke Zusammenschnürung der Stromlinien, d. h. größere Strömungsgeschwindigkeit, auf und demnach ein verminderter statischer Druck, während unterhalb des Balls ein größerer Druck herrscht, der den Ball nach oben drückt. Nähert man dem Ball von unten die Hand oder einen anderen Körper, so dass die Luft zwischen diesem und dem Ball hindurchströmen muss, so tritt auch unterhalb des Balls eine Zusammenschnürung der Stromlinien und damit eine Druckverminderung ein: Der Ball fällt herunter.

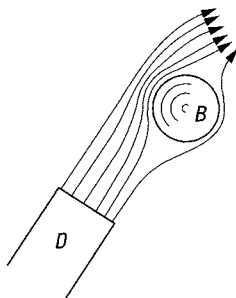
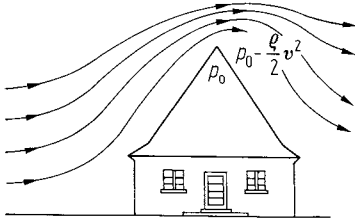


Abb. 11.14 Schweben eines Balls im Luftstrom



**Abb. 11.15** Dynamischer Druck an einem Hausdach

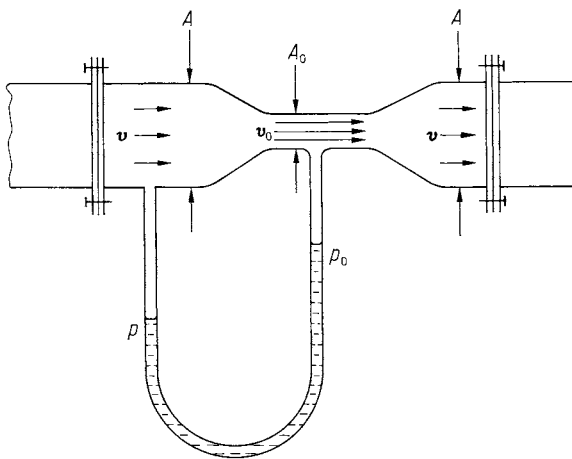
Bei starkem Sturm werden bekanntlich nicht sorgfältig verankerte Hausdächer leicht abgedeckt (Abb. 11.15). Bei einer Windgeschwindigkeit von 100 km/h ist der statische Druck an der Dachoberfläche rund 0.5 % kleiner als im Inneren des Hauses. Das ergibt auf 1 m<sup>2</sup> bezogen eine aufwärts gerichtete Kraft von 50 N entsprechend dem Gewicht einer Masse von 50 kg. Sicherheitshalber muss ein Dach mindestens der vierfachen Belastung standhalten, weil die Windgeschwindigkeit in Böen bis zu 200 km/h betragen kann.

Zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit von Flüssigkeiten oder Gasen in einer Rohrleitung dient die *Venturi-Düse* (G. B. Venturi, 1746 – 1822). Sie besteht im Wesentlichen nur aus einer in die Leitung eingebauten Querschnittsverengung (Abb. 11.16). Man misst die Druckdifferenz  $p - p_0$  zwischen einer Stelle mit der Querschnittsfläche  $A$  und der verengten Stelle mit der Querschnittsfläche  $A_0$ . Wenn  $v$  und  $v_0$  die Geschwindigkeiten im Rohr an den beiden Stellen sind, liefert die Bernoulli'sche Gleichung die Beziehung

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2.$$

Hieraus folgt

$$p - p_0 = \frac{1}{2}\rho(v_0^2 - v^2).$$



**Abb. 11.16** Venturi-Düse zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten

Da nach der Kontinuitätsbedingung  $Av = A_0v_0$  ist, ergibt sich weiter

$$p - p_0 = \frac{1}{2}\rho v^2 \left( \frac{A^2}{A_0^2} - 1 \right),$$

woraus für die gesuchte Geschwindigkeit  $v$  folgt:

$$v = \sqrt{\frac{2(p-p_0)}{\rho \left( \frac{A^2}{A_0^2} - 1 \right)}}.$$

Mit der Bernoulli'schen Gleichung kann man auch die Geschwindigkeit  $v$  berechnen, mit der eine Flüssigkeit aus der Öffnung eines Behälters ausströmt, die sich in der Höhe  $h$  unterhalb des Flüssigkeitsspiegels, sei es im Boden, sei es in der Seitenwand des Behälters, befindet. Der am Flüssigkeitsspiegel sowie in der Austrittsöffnung herrschende statische Druck  $p$  sei gleich dem Atmosphärendruck  $p_0$ . Wir wenden die Bernoulli'sche Gleichung in der allgemeinen Form der Gl. (11.7) sowohl für den Flüssigkeitsspiegel als auch für die Austrittsöffnung an und erhalten unter der Annahme, dass der Behälter so weit sei, dass wir die Geschwindigkeit im Flüssigkeitsspiegel annähernd null setzen können:

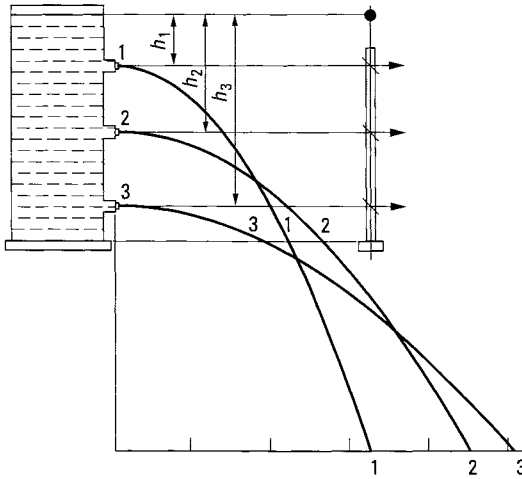
$$p_0 + \rho gh = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2, \quad \text{d. h.} \\ v = \sqrt{2gh}. \quad (11.11)$$

Dieses zuerst 1646 von E. Torricelli (1608 – 1647) aufgestellte Gesetz sagt aus:

- Die Ausflussgeschwindigkeit einer reibungslosen Flüssigkeit ist gleich der Geschwindigkeit, die ein Körper erlangen würde, wenn er von der Oberfläche der Flüssigkeit zur Ausflussöffnung frei fallen würde.

Hält man im obigen Versuch die Ausflussöffnung zu, so ist in der ruhenden Flüssigkeit der Druck gleich  $p_0 + \rho gh$ , strömt dagegen die Flüssigkeit aus, so wird der Druckanteil  $\rho gh$  umgewandelt in das Glied  $\frac{1}{2}\rho v^2$  (anders ausgedrückt: Die potentielle Energie  $\rho gh$  setzt sich vollständig in kinetische Energie um), d. h., der Druck an der Ausflussöffnung und innerhalb des Strahls ist dann gleich dem Atmosphärendruck  $p_0$ .

Strömt daher eine Flüssigkeit aus der Seitenöffnung eines Behälters aus, so bildet der Flüssigkeitsstrahl eine Parabel, die umso weiter geöffnet ist, je tiefer die Ausflussöffnung unter der Flüssigkeitsoberfläche liegt: In der Seitenwand eines Troges sind drei Öffnungen in verschiedener Tiefe  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$  unter der Flüssigkeitsoberfläche angebracht, aus denen wir nacheinander die Flüssigkeit ausströmen lassen (Abb. 11.17). Neben dem Trog ist eine unter  $45^\circ$  geneigte Glasplatte an einem Stativ in Höhe der Ausflussöffnungen einstellbar. Fällt dann eine Stahlkugel senkrecht von oben aus der Höhe der Flüssigkeitsoberfläche auf die Glasplatte, so wird sie in horizontaler Richtung reflektiert und durchläuft eine Wurfparabel, die mit der betreffenden Ausflussparabel der Flüssigkeit übereinstimmt. Man muss den drei Flüssigkeitsstrahlen (ebenso wie den drei Kugelparabeln) gleiche Fallhöhen geben, um ihre Reichweiten vergleichen zu können. Die Auffangwanne muss also jeweils in ihrer Höhe verstellt werden, entsprechend dem Höhenunterschied der drei Ausflussöffnungen bzw. dem der drei Reflexionsplatten. Um die Flüssigkeit mit konstanten Geschwindigkeiten ausströmen zu lassen, muss man die



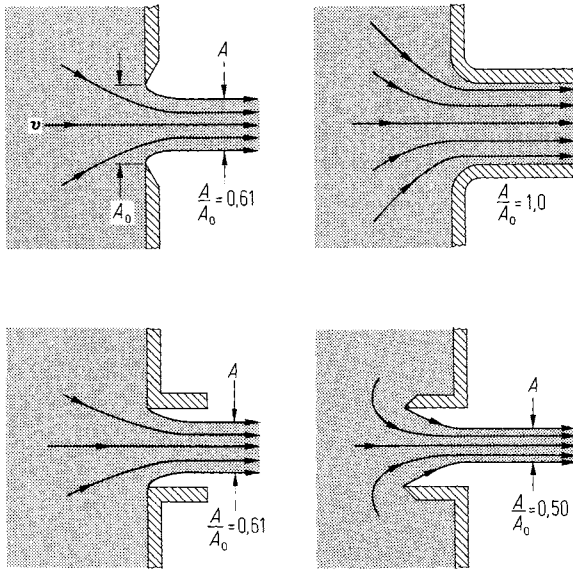
**Abb. 11.17** Nachweis des Torricelli'schen Gesetzes. Die Reichweite der Ausflussparabeln hängt von der jeweiligen Fallhöhe ab. Befindet sich die Auffangwanne z. B. in gleicher Höhe wie der Boden des Wassergefäßes, so hat der Strahl aus Öffnung 2 die größte Reichweite.

Höhe der Flüssigkeitsoberfläche sehr genau durch Nachfüllen von Flüssigkeit konstant halten.

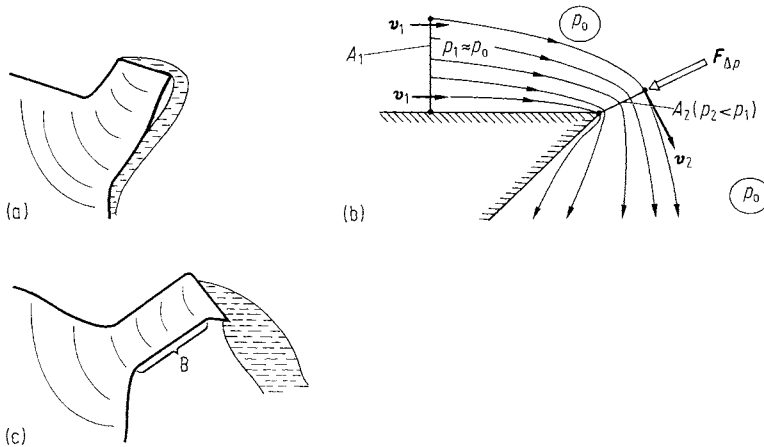
Misst man die Ausströmgeschwindigkeit und vergleicht den so erhaltenen Wert mit dem nach Gl. (11.11) berechneten, so findet man, dass der Wert stets kleiner ist. Der Grund hierfür liegt darin, dass der Flüssigkeitsstrahl beim Durchtritt durch die Öffnung eine Querschnittsverminderung dadurch erfährt, dass die Flüssigkeit im Inneren des Gefäßes von allen Seiten radial auf die Öffnung zuströmt und am Rand nicht plötzlich in die Richtung der Strahlachse umbiegen kann (Abb. 11.18). Diese Strahleinschnürung lässt sich vermeiden, wenn man die Austrittsöffnung entsprechend gestaltet.

Die Bernoulli'sche Gleichung in der Form (11.9),  $p = p_0 - \rho v^2/2$ , für horizontale Strömung zeigt, dass der statische Druck  $p$  verschwindet und negativ wird, wenn  $v$  größer als  $v_k = \sqrt{2p_0/\rho}$  wird. Diese *kritische Geschwindigkeit*  $v_k$  beträgt bei  $p_0 \approx 10^5$  Pa für Wasser 14.1 m/s und für Luft 393 m/s. Schon bei einer etwa 1 % kleineren Geschwindigkeit erreicht  $p$  für Wasser seinen Dampfdruck von  $2.3 \cdot 10^3$  Pa bei 293 K. Dann setzt im strömenden Wasser an Fremdkörpern und Oberflächen die Bildung von Dampfblasen ein. Das führt zu den bereits in Abschn. 10.8 erwähnten Erscheinungen der *Kavitation*. An Schiffsschrauben, Turbinenschaufeln und Pumpenbauteilen wird die kritische Geschwindigkeit von 14.1 m/s häufig überschritten. Die in den Kavitationsblasen enthaltene Grenzflächenenergie geht dann einerseits für die beabsichtigte Umwandlung kinetischer Energie verloren. Andererseits verursacht die beim Wiederverschwinden der Blasen frei werdende thermische und mechanische Energie Korrosion an den betreffenden Bauteilen.

Die Bernoulli'sche Gleichung ist bei den Herstellern von Tee-, Milch- und Kaffeekannen offenbar noch weitgehend unbekannt. Sonst könnte man aus solchen Kannen besser gießen. Die meisten zeigen den „Teetopf-Effekt“ (Abb. 11.19a). Das liegt nur zum geringen Teil am Verhältnis der Grenzflächenspannungen zwischen Kanne, Flüssigkeit und Luft, hauptsächlich aber am dynamischen Druck. Umströmt die Flüssigkeit nämlich eine Kante gemäß Abb. 11.19b, so werden die Stromlinien unter dem Einfluss der Schwer-



**Abb. 11.18** Zur Strahleinschnürung bei verschiedenen Öffnungsprofilen.  $A_0$  = Querschnittsfläche der Öffnung,  $A$  = Querschnittsfläche des Strahls, wenn die Radialkomponente von  $v$  verschwunden ist. Die Öffnungsprofile sind rotationssymmetrisch zur Strahlachse.



**Abb. 11.19** Zum Teetopf-Effekt, (a) schlechte Kanne, (b) Strömungsverhältnisse bei (a), (c) gute Kanne

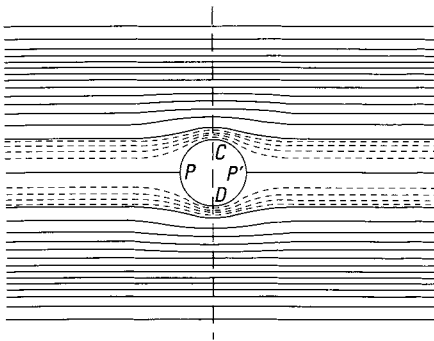
kraft nach unten gekrümmt, und es verkleinert sich die Querschnittsfläche der Strömung senkrecht zu  $v$  ( $A_2 < A_1$ ). Die Kontinuitätsgleichung (11.4),  $A_1 v_1 = A_2 v_2$ , erfordert dann eine Geschwindigkeitszunahme ( $v_2 > v_1$ ). Nach der Bernoulli'schen Gleichung  $p_1 + \rho v_1^2/2 = p_2 + \rho v_2^2/2$  resultiert daraus ein verminderter statischer Druck ( $p_2 < p_1$ ) in der Flüssigkeit an der Kante. Der äußere Luftdruck  $p_0$  ist jedoch überall der gleiche. Die Druckdifferenz  $p_0 - p_2$  verursacht eine Kraft  $F_{\Delta p}$ . Dadurch wird die Flüssigkeit an die Kante gedrückt und hat die Tendenz, sofern sie die Wand benetzt, an der Unter-

seite der Kante entlang zu strömen. Gute Kannen müssen daher so geformt sein, wie in Abb. 11.19c angedeutet. Auf diese Weise wird die Flüssigkeit gezwungen, nach dem Umrunden der Kante ein Stück weit horizontal oder aufwärts zu fließen. Dann wird die Flüssigkeit von der Schwerkraft zurückgezogen und gelangt nicht bis zu dem wieder abwärts geneigten Teil *B* der Oberfläche, an dem sie infolge Benetzung weiter herunterfließen könnte.

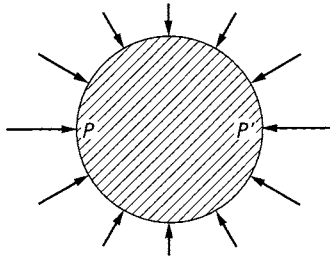
### 11.3 Umströmung fester Körper, Magnus-Effekt

**Strömungswiderstand.** In den bisher besprochenen Fällen von Strömung idealer Flüssigkeiten sind wir nicht auf Diskrepanzen mit der Erfahrung gestoßen. Im Gegenteil zeigten sich die Versuche, die doch mit wirklichen, d. h. reibenden Flüssigkeiten angestellt wurden, überall im Einklang mit den Forderungen der Bernoulli'schen Gleichung. Bisher machte sich die Reibung nicht störend bemerkbar. Wenn wir nun aber die Strömung um eingetauchte Körper untersuchen, werden wir dies nicht mehr allgemein erwarten können: Wir müssen vielmehr auf grobe Abweichungen zwischen den Behauptungen der Hydrodynamik idealer Flüssigkeiten und der Erfahrung gefasst sein. Zur Beschreibung der Phänomene in diesem Abschnitt nehmen wir allerdings weiterhin Reibungslosigkeit an. Reibung wird zwar notwendig sein, die Viskosität  $\eta$  erscheint aber nicht explizit in den entsprechenden Formeln. Darauf wird erst in Abschn. 11.5 eingegangen.

Es soll eine Kugel in eine Parallelströmung von reibungsloser Flüssigkeit gebracht werden. Das Stromlinienbild zeigt näherungsweise Abb. 11.20. Wie man sieht, trifft eine Stromlinie den Pol *P* der Kugel. In *P* wird die Geschwindigkeit der Flüssigkeit gleich null, *P* ist also ein „Staupunkt“. Von *P* aus teilt sich die Stromlinie und vereinigt sich im hinteren Staupunkt *P'* wieder, wo die Geschwindigkeit ebenfalls gleich null ist. Dagegen erreicht die Geschwindigkeit ihre Maximalwerte in den Punkten des Äquators (*C* und *D* im Schnitt der Abb. 11.20). Die weiter außen liegenden Stromlinien weichen vor der Kugel aus und nähern sich hinter ihr wieder der Parallelströmung an. Man sieht an dem Zusammenrücken der Stromlinien zwischen *P* und *C* bzw. *P* und *D*, dass die Geschwindigkeit vom Wert null bei *P* nach *C* und *D* hin zu einem Maximalwert  $v_m$  anwächst, um nach *P'* hin wieder auf null zu sinken. Die weiter nach außen folgenden Stromlinien gehen allmählich wieder in die ungestörte Parallelströmung über. Das Stromlinienbild sieht den



**Abb. 11.20** Strömung einer idealen (reibunglosen) Flüssigkeit um eine Kugel



**Abb. 11.21** Kraftverteilung auf eine von idealer Flüssigkeit umströmte Kugel

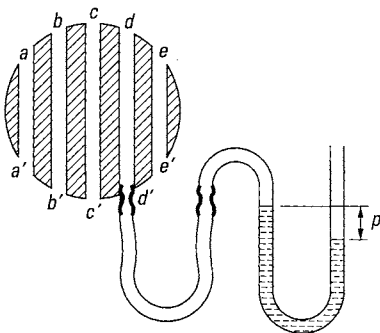
Verhältnissen in realen Flüssigkeiten sehr ähnlich, doch besteht ein fundamentaler Unterschied. Die Flüssigkeit haftet nicht an der Körperoberfläche, sondern strömt einfach an ihr vorbei. Es gilt die Bernoulli'sche Gleichung, die den Zusammenhang des Drucks  $p$  mit der Geschwindigkeit  $v$  liefert. Weil die Anordnung der Stromlinien bezüglich der Achsen  $PP'$  und  $CD$  vollkommen symmetrisch ist, ergibt sich hier Folgendes: Nach Gl. (11.9),  $p_0 = p + \frac{1}{2}\rho v^2$ , ist an den Staupunkten  $P$  und  $P'$  ( $v = 0$ ) der Druck gleich  $p_0$ , d. h. hat den größten Wert, den er haben kann. Von  $P$  nimmt er nach  $C$  und  $D$  hin ab, weil die Geschwindigkeit bis dorthin anwächst ( $v = v_m$ ). In  $C$  und  $D$  hat der Druck den kleinsten Wert  $p = p_0 - \frac{1}{2}\rho v_m^2$ . Nach  $P'$  hin steigt er, da die Geschwindigkeit wieder abnimmt, erneut bis zum Maximalwert  $p_0$  im hinteren Staupunkt  $P'$  an. Zeichnet man die Kraftverteilung, so erhält man etwa das Bild der Abb. 11.21.

Wie man den Druck an den verschiedenen Stellen der Kugel misst, zeigt Abb. 11.22: Die Kugel hat Bohrungen  $aa'$ ,  $bb'$ ,  $cc'$ ,  $dd'$ ,  $ee'$ ; will man den Druck an der Stelle  $d$  messen, schließt man an  $d'$  mit einem Schlauch ein Manometer an. Dann herrscht im Manometer im Gleichgewicht der gleiche Druck wie in  $d$  usw. (Drucksonde, vgl. Abb. 11.5).

Die Druckverteilung (Abb. 11.21) ist also vollkommen anders als zu erwarten war. Der Druck ist nicht infolge der Reibung auf der linken Kugelhälfte größer als auf der rechten, sondern auf beiden Seiten gleich. Das bedeutet:

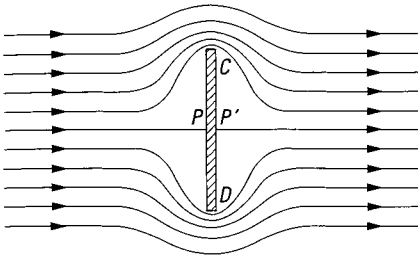
- Auf eine in eine Parallelströmung eingetauchte Kugel wirkt bei idealer Flüssigkeit keinerlei Kraft. Oder umgekehrt: Eine mit konstanter Geschwindigkeit durch eine ruhende ideale Flüssigkeit sich bewegende Kugel erfährt keinen Strömungswiderstand.

Dieses Resultat widerspricht aber den Tatsachen, vor allem, da es nicht nur für die Kugel, sondern für jeden beliebigen eingetauchten Körper gilt. Uns kommt das insofern nicht



**Abb. 11.22** Messung der Druckverteilung an einer umströmten Kugel



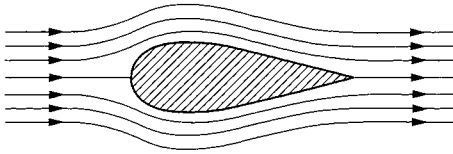


**Abb. 11.23** Stromlinienverlauf um eine senkrecht zur Parallelströmung stehende Platte

überraschend, als wir schon vorher erkannt hatten, dass die Voraussetzung der Reibungslosigkeit nicht bis dicht an die Oberfläche des Körpers heran gemacht werden darf. Von der Tatsache ausgehend, dass alle eingetauchten Körper einen Strömungswiderstand erfahren, können wir also rückwärts schließen, dass z. B. hinter der Kugel die Strömung anders sein muss als vor ihr, dass also in Wirklichkeit keine Symmetrie der Strömung und Druckverteilung bezüglich der Achse  $CD$  bestehen kann.

Eine ganz ähnliche Stromlinienverteilung wie bei der Kugel liefert die Hydrodynamik reibungsloser Flüssigkeiten für einen Zylinder bei Umströmung senkrecht zu seiner Achse. Obwohl nicht vollkommen mit dem Stromlinienbild der Kugel identisch, können wir für qualitative Überlegungen doch Abb. 11.20 auch für einen Zylinder als maßgebend betrachten. Besonders charakteristisch ist die Strömung um eine senkrecht zur Parallelströmung stehende Platte (Abb. 11.23). Auch hier teilt sich die Stromlinie, die den Mittelpunkt  $P$  der Vorderseite der Platte trifft, um die ganze Platte zu umhüllen und sich bei  $P'$  wieder zu vereinigen,  $P$  ist der vordere,  $P'$  der hintere Staupunkt; in beiden hat der Druck seinen Maximalwert. Umgekehrt erreicht in  $C$  und  $D$  die Geschwindigkeit ein Maximum, der Druck also ein Minimum. Links und rechts herrscht vollkommene Symmetrie der Strömung und des Drucks. Auch hier existiert also kein Strömungswiderstand in Übereinstimmung mit dem oben Gesagten.

Wie die Flüssigkeit wirklich strömt, wird später gezeigt (Abschn. 11.7). Hier genügt die Tatsache, dass infolge der Reibung in der Grenzschicht die Verhältnisse vor und hinter dem Körper nicht die Symmetrie besitzen, die nach der Behauptung der reibungslosen Hydrodynamik vorhanden sein sollte. Der tatsächlich auftretende Strömungswiderstand hat seinen Grund in der Asymmetrie der Druckverteilung vor und hinter dem Körper. Er wird daher – im Gegensatz zum „Reibungswiderstand“ bei der schleichenden Strömung (s. Abschn. 11.6) – als *Druckwiderstand* bezeichnet. Die Strömungs- und Druck-Unsymmetrien stellen sich insbesondere bei solchen Körpern ein, die beim Übergang von der Vorderseite zur Hinterseite eine starke Krümmung der Stromlinien verursachen wie z. B. die Platte. In der Grenzschicht dürfen die von der Viskosität ( $\eta \neq 0$ ) herrührenden Schubkräfte nicht ignoriert werden. Der Gradient  $dv/dh$  ist in der dünnen, dem eingetauchten Körper anliegenden Grenzschicht stets sehr groß, umso größer, je kleiner  $\eta$  ist. Die Strömungs- und Druck-Unsymmetrien treten aber umso mehr zurück, je länger gestreckt der Körper ist. In diesen Fällen schließen sich die Stromlinien wenigstens in guter Näherung der Form der Körper an, so dass bei langgestreckten Körpern, wie sie die Natur etwa bei den Fischen zeigt, tatsächlich nahezu kein Druckwiderstand bei der Bewegung auftritt. Solche Körper, die von den Stromlinien vollkommen umhüllt werden (z. B. Abb. 11.24), nennt man *stromlinienförmig*. Bei ihnen ist der Druckwiderstand so klein, dass sich nur der infolge der Viskosität auftretende Reibungswiderstand bemerkbar macht. Das We-



**Abb. 11.24** Stromlinienverlauf um einen Stromlinienkörper

sentliche ist also dies: Es gibt Körperformen, bei denen die Gesetze der reibungslosen Hydrodynamik annähernd zutreffen.

Für die Praxis ergibt sich daraus die Folgerung, dass man bewegten Körpern *Stromlinienform* gibt, wodurch man tatsächlich einen sehr geringen Strömungswiderstand erzielt. Wenn die Hinterseite der Körper durch geeignete Verkleidung so ausgebildet wird, dass die Stromlinien sich an diese anschmiegen, kann der Druckwiderstand erheblich reduziert werden. In diesem Sinn kann man sagen, dass für den Druckwiderstand die Hinterseite bewegter Körper wichtiger als die Vorderseite ist.

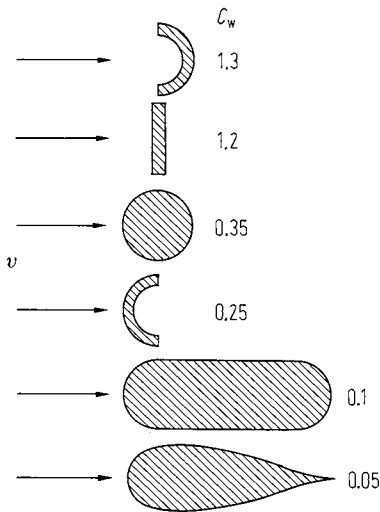
Von der Herabsetzung des Druckwiderstandes durch geeignete Formgebung kann man sich leicht experimentell überzeugen. Man bringt die zu untersuchenden Körper in einem Windkanal in eine Parallelströmung und hält sie mit einer Federwaage an einer bestimmten Stelle fest. Die Kraft, die die Strömung auf die Körper ausübt, wird durch die Spannung der Feder kompensiert und durch sie gemessen. Das Ergebnis zahlreicher solcher Messungen lässt sich durch folgende Beziehung zusammenfassen:

$$F_W = c_W \frac{\rho}{2} v^2 \cdot A. \quad (11.12)$$

Man erkennt in der Gleichung sofort den Staudruck  $\frac{\rho}{2} v^2$ . Der Staudruck multipliziert mit der Fläche  $A$  ergibt die Druckwiderstandskraft. Der Wert ist von der Form des angeströmten Gegenstandes abhängig. Der Formfaktor  $c_W$  wird *Widerstandsbeiwert* genannt. Er hat die Einheit eins. Widerstandsbeiwerte werden im Windkanal gemessen. Ein moderner Personenwagen hat z. B. einen Widerstandsbeiwert  $c_W = 0.30$ .

Bei einem gegebenen Widerstandskörper kann man einen Rückschluss auf die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und damit auf den Volumenstrom  $dV/dt$  einer strömenden Gasmenge ziehen. Auf diesem Prinzip beruht der Rota-Strömungsmesser, bei dem das Gas durch ein vertikales, sich nach oben konisch erweiterndes Glasrohr strömt, in dem sich ein passend geformter Widerstandskörper befindet. Aus der Höhe, in der sich der Körper in der Strömung einstellt, kann man den Volumenstrom ablesen.

In Abb. 11.25 sind sechs Widerstandskörper mit gleichen Querschnittsflächen, aber verschiedener Form gezeichnet, die von links angeströmt werden. Vergleicht man den ersten Körper (Halbhohlkugel) mit dem letzten (Stromlinienkörper), so erkennt man, dass bei letzterem der Strömungswiderstand auf den 26. Teil herabgesetzt ist! Von Interesse ist noch der Vergleich der beiden Halbhohlkugeln (1) und (4), deren Strömungswiderstände sich wie 5.2 zu 1 verhalten, je nachdem ob die konkave oder die konvexe Fläche dem Luftstrom zugewendet ist. Diese Verschiedenheit des Widerstandsbeiwertes wird bei der Konstruktion eines Windmessers, des sogenannten *Anemometers*, benutzt. Bei diesem ist ein mit vier Halbkugelschalen versehenes Kreuz um eine vertikale Achse drehbar. Im Windstrom dreht sich das Kreuz so, dass sich die Kugelschalen mit ihrer konvexen Seite voran bewegen. Die Drehung erfolgt umso schneller, je größer die Windgeschwindigkeit ist.



**Abb. 11.25** Widerstandskörper gleicher Querschnittsfläche, aber verschiedener Form. Die angegebenen Zahlen bedeuten die Widerstandsbeiwerte  $c_w$  bei Anströmung von links.

Es könnte auffallen, dass die Formen der modernen Überschallflugzeuge keineswegs Stromlinienformen sind. Das liegt daran, dass man die Luft bei Überschallgeschwindigkeit nicht als inkompressibel betrachten darf. Die Luft wird vielmehr vor dem Körper stark komprimiert, während hinter ihm ein partielles Vakuum eintritt. Diese beiden Gebiete erhöhten und verminderten Drucks kann man sich von dem Körper mitgeschleppt denken. Sie stellen demnach eine Überschallströmung gegenüber der ruhenden Außenluft dar, von der sie durch scharfe Grenzen getrennt sind. Die Strömungsgeschwindigkeit  $v_1$  springt in dieser Grenzfläche unstetig auf einen Wert  $v_2$  unterhalb der Schallgeschwindigkeit. Nimmt man in vereinfachender Weise an, dass dabei Über- und Unterschallgeschwindigkeit die gleiche Richtung besitzen, so ergibt die Kontinuitätsgleichung (11.5) bei Berücksichtigung der Kompressibilität:

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2.$$

$\rho_1$  und  $\rho_2$  sind die Dichten vor und nach Überschreiten der Grenzfläche. Die Gleichung besagt, dass mit dem spontanen Absinken der Geschwindigkeit ein ebenso spontaner Anstieg der Dichte und damit des Drucks verbunden ist. Diese Erscheinung heißt *Verdichtungsstoß*, wobei der „Stoß“ kein einmaliges Ereignis, sondern ein Vorgang ist, der so lange anhält, wie sich der Körper mit Überschallgeschwindigkeit bewegt. Der Verdichtungsstoß ist die Ursache für die Kopf- und Schwanzknallwelle von Überschallflugkörpern. Er lässt sich durch geeignete Formgebung verringern, aber nicht völlig ausschalten. Dies ließe sich nur bei nahezu punktförmigen Flugkörpern erreichen.

Verdichtungsstöße treten auch bei Explosionen auf, sofern eine Überschallströmung mit der Expansion verbunden ist.

**Zirkulationsströmung, Magnus-Effekt.** In einer reibungslosen Flüssigkeit müssen auf eine in eine Parallelströmung eingetauchte Kugel oder einen Zylinder Druckkräfte auftreten, sobald es gelingt, die Symmetrie zu zerstören. Das kann in der Weise geschehen, dass man der Strömung z. B. um einen unendlich langen Zylinder noch eine *Zirkulations-*

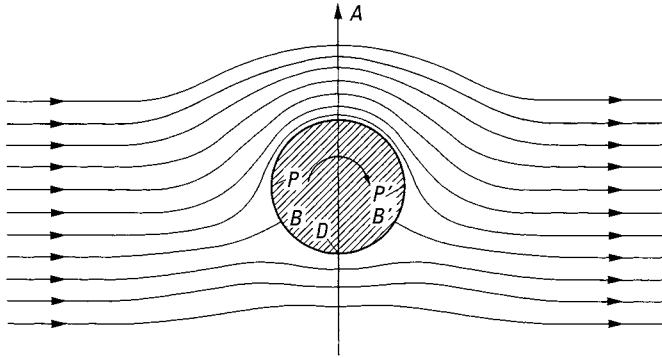


Abb. 11.26 Stromlinienverteilung um einen rotierenden Zylinder in Parallelströmung

strömung überlagert. Sie wird durch die

$$\text{Zirkulation } \Gamma = \oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s} \quad (11.13)$$

beschrieben (s. Abschn. 11.7).

Eine solche Zirkulationsströmung ergibt sich z. B. leicht dadurch, dass der Zylinder rotiert und infolge der Rauigkeit seiner Oberfläche gasförmige oder flüssige Materie mitnimmt. Die Geschwindigkeit der Strömung wird durch diese Zirkulationsströmung verändert: sie wird auf der einen Seite um diese vergrößert (in Abb. 11.26 oben) und auf der anderen Seite (in Abb. 11.26 unten) verkleinert. Entsprechend sind die Stromlinien oben dichter, unten weiter auseinander gegenüber der Strömung um den ruhenden Zylinder. Nach der Bernoulli'schen Gleichung ist also unten der Druck größer, oben geringer, so dass eine *Querkraft* resultiert, und zwar senkrecht zur Parallelströmung, hier nach oben gerichtet. Diese Kraft ist umso größer, je größer die Geschwindigkeit der ursprünglichen Parallelströmung  $v$  ist. Sie ist ferner proportional zur Zirkulation  $\Gamma$  und zur Dichte  $\varrho$  der Flüssigkeit. Die genaue Rechnung liefert die Gleichung

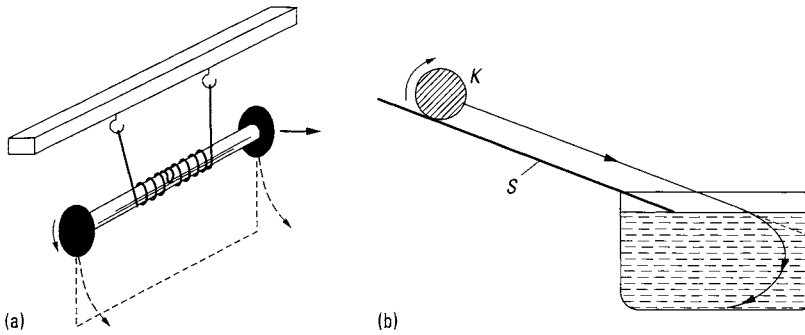
$$F_a = L\varrho v\Gamma \quad (11.14)$$

( $L$  = Länge des Zylinders), die nach ihren Begründern die *Kutta-Joukowski'sche Formel* genannt wird (W. M. Kutta, 1867 – 1944, N. J. Joukowski, 1847 – 1921).

Je größer die Zirkulation  $\Gamma$  ist, umso mehr rücken die Staupunkte, die vorher an den Polen  $P$  und  $P'$  lagen, nach unten (Abb. 11.26). Schließlich vereinigen sie sich am untersten Punkt  $D$ . Wird  $\Gamma$  noch größer, rückt der Staupunkt vom Zylinder nach unten in die Flüssigkeit hinein.

Die Zirkulation  $\Gamma$  hängt bei einem rotierenden Zylinder von dessen Rotationsgeschwindigkeit und Rauigkeit ab. Auch muss die Reibung in der Grenzschicht berücksichtigt werden, also muss von der idealen, reibungslosen Flüssigkeit schon abgewichen werden. Es wird später gezeigt, dass diese Zirkulationsströmung auch dann auftreten kann, wenn keine Rotation eines Körpers vorliegt. Sie ist beim Flugzeug von großer Bedeutung: Auch um den Tragflügel bildet sich eine Zirkulationsströmung aus (s. Abschn. 11.9).

Es sollen nun ein paar einfache Versuche beschrieben werden, in denen die Kraftwirkung bei überlagelter Parallel- und Zirkulationsströmung deutlich erkennbar ist. Man beachte,



**Abb. 11.27** Zwei Versuchsanordnungen zum Nachweis des Magnus-Effektes, (a) seitliche Ablenkung eines fallenden und gleichzeitig rotierenden Pappzylinders, (b) Ablenkung einer schräg ins Wasser rollenden Kugel

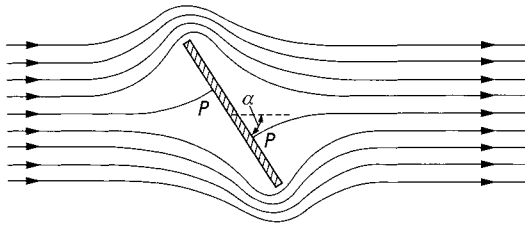
dass in allen Fällen die Flüssigkeit bzw. das Gas als ideal, also reibungslos, angenommen wird.

Ein leichter Pappzylinder mit seitlichen Randscheiben zur Verhinderung von Störungen (Abb. 11.27a) rollt an zwei Schnüren von oben nach unten ab und erfährt dabei eine Drehung (in der Zeichnung gegen den Uhrzeigersinn). Bei der Fallbewegung strömt die Luft relativ zu dem Zylinder von unten nach oben, und der Zylinder erfährt eine Querkraft (von links nach rechts), so dass er nicht senkrecht nach unten, sondern auf einer (nach rechts) gekrümmten Bahn herunterfällt. – Um den Einfluss der Dichte  $\varrho$  zu zeigen, kann man folgendermaßen verfahren: Rollt eine leichte Tonkugel  $K$  auf einer schiefen Ebene  $S$  (Abb. 11.27b) in einen mit Wasser gefüllten Trog, so beschreibt sie nach dem Eintritt in das Wasser eine abnorm gekrümmte Bahn. Da sich die Kugel um eine horizontale Achse dreht und beim Fallen das Wasser an ihr von unten nach oben vorbeiströmt, erfährt die Kugel eine Querkraft. Wegen der großen Dichte des Wassers (rund 1000-mal größer als die Dichte von Luft) ist hier die Abweichung von der gewöhnlichen parabolischen Bahn sehr beträchtlich. – Der gleiche Effekt macht sich bei „geschnittenen“ (d. h. rotierenden) Tennisbällen dadurch bemerkbar, dass diese gekrümmte Bahnen durchfliegen. – Auch in der Ballistik hat die Erscheinung eine Rolle gespielt, indem die aus glatten Rohren abgefeuerten Geschosse infolge zufällig exzentrischer Lage des Schwerpunkts Rotationen ausführten und unerklärliche Abweichungen von der normalen Flugbahn aufwiesen. Diese Abweichungen fliegender Geschosse von ihrer ursprünglichen Flugrichtung waren der Anlass, dass sich 1853 H. G. Magnus (1802 – 1870) mit der experimentellen Untersuchung dieses Effektes befasste, der nach ihm *Magnus-Effekt* genannt wird. Er wurde 1879 von J. W. Rayleigh (1842 – 1919) theoretisch behandelt. Er berechnete für die Querkraft:

$$F_M = \varrho \Gamma (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}) \frac{L}{\omega} = 2\pi \varrho L R^2 (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}). \quad (11.15)$$

Dabei ist  $\varrho$  die Dichte der Flüssigkeit bzw. des Gases,  $\Gamma = \oint \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s}$  die Zirkulation der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{u} = \omega R$  des Zylinders,  $L$  seine Länge und  $R$  sein Radius. Die für laminare Strömung abgeleitete Beziehung (11.15) gilt nur bei genügend kleinen Werten von  $\omega$ . Wird  $\omega$  größer als etwa  $v/R$ , so entstehen Wirbel (s. Abschn. 11.7).

Der Magnus-Effekt wurde 1926 versuchsweise zum Antrieb von Schiffen benutzt. Dazu wurden große rotierende Zylinder mit vertikaler Achse auf den Schiffen angebracht („Ro-

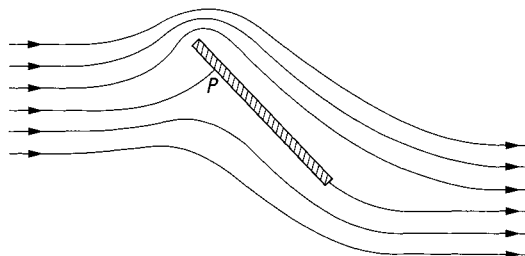


**Abb. 11.28** Stromlinienverlauf um eine schräg zur Stromrichtung stehende Platte

torschiffe“). Jedoch waren die Ergebnisse unbefriedigend. – Von geübten Golf- und Tennisspielern wird der Magnus-Effekt dagegen mit großem Erfolg benutzt. Wenn ein Ball beim Anschlag in Rotation versetzt („geschnitten“) wird, durchläuft er eine gekrümmte Bahn, ähnlich der des Zylinders in Abb. 11.27a.

Noch in einem anderen Fall bewährt sich die Annahme der Reibungslosigkeit wenigstens qualitativ. In Abb. 11.23 betrachteten wir die ideale Strömung um eine senkrecht zur Parallelströmung stehende Platte. Nun wollen wir die Platte unter einem Winkel  $\alpha$  gegen die Strömungsrichtung neigen. Das Stromlinienbild wird dann durch Abb. 11.28 gegeben, aus dem man durch Vergleich mit Abb. 11.23 folgende Einzelheiten entnehmen kann: Die beiden Staupunkte  $P$  und  $P'$ , die bei senkrechter Stellung in der Mitte der Platte liegen, verschieben sich bei schräger Lage der Platte, auf der Vorderseite nach oben, auf der Hinterseite nach unten. Die Lage von  $P$  und  $P'$  ist lediglich eine Funktion des Winkels  $\alpha$ , wie man experimentell feststellen kann, bleibt dagegen die gleiche bei Umkehrung der Strömungsrichtung. In diesen Staupunkten herrscht also der Maximaldruck  $p_0$ . Die reibungslose Parallelströmung ergibt also zwar keine Kraft auf die Platte, wohl aber ein *Drehmoment*, das die Platte senkrecht zur Stromrichtung zu stellen versucht. Obwohl in Wirklichkeit die Strömung hinter der Platte anders als hier vorausgesetzt verläuft, ist das Ergebnis selbst richtig. Rayleigh hat danach eine Methode entwickelt, Schallintensitäten zu messen (vgl. Teil 2, Akustik). Eine Platte wird an einem torsionselastischen Faden unter  $45^\circ$  geneigt in ein Wechsel-Strömungsfeld (Schallfeld) gebracht. Dem Drehmoment, das dies Schallfeld ausübt, wird durch die Torsion des Fadens das Gleichgewicht gehalten, und der Ausschlag aus der Ruhelage ist proportional zur Intensität des Schallfeldes (*Rayleigh'sche Scheibe*).

Dass die obige Strömung, selbst unter der Voraussetzung der Reibungslosigkeit, gar nicht so existieren kann, geht aus folgender Überlegung hervor: Man sieht aus Abb. 11.28,



**Abb. 11.29** Stromlinienverlauf um eine Platte bei gleichzeitig vorhandener Parallel- und Zirkulationsströmung

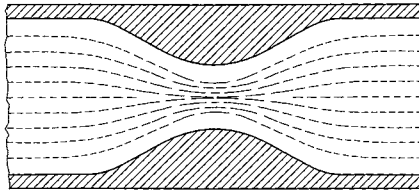
dass die Flüssigkeit den unteren scharfen Rand der Platte umströmen muss, um in  $P'$  zur Ruhe zu kommen. Sie müsste also am unteren Ende umbiegen und in entgegengesetzter Richtung fließen. Das bedeutet aber gerade an der Spitze sehr große Geschwindigkeit, und diese würde nach der Bernoulli'schen Gleichung  $p = p_0 - \frac{1}{2}\rho v^2$  bedeuten, dass der Druck  $p$  an dieser Stelle negativ werden kann. Eine Flüssigkeit kann aber normalerweise einem größeren negativen Druck (= Zug) nicht standhalten; sie zerreißt an solchen Stellen. – Man kann die in Wirklichkeit auftretende Umströmung dadurch beschreiben, dass man sich dem Stromlinienverlauf der Abb. 11.28 eine Zirkulationsströmung im Uhrzeigersinn von geeigneter Stärke überlagert denkt. Man erhält dann das Stromlinienbild der Abb. 11.29. Nach der Bernoulli'schen Gleichung entsteht dann natürlich auch ein Auftrieb. Diese Betrachtungen sind für die Strömungsverhältnisse beim Tragflügel wichtig (Abschn. 11.9); die hier betrachtete Platte kann geradezu als einfaches Beispiel dafür gelten.

Die Darlegungen zeigen, inwiefern die Annahme der Reibungslosigkeit zulässig ist: Während die allgemeine Folgerung, dass in einer Parallelströmung kein eingetauchter Körper einen Strömungswiderstand erfahre, unrichtig ist, trifft sie für spezielle Körperformen angenähert zu (Stromlinienkörper); auch das Auftreten von Drehmomenten und von Auftriebskräften lässt sich qualitativ verstehen. Die Umströmung fester Körper durch reale Flüssigkeiten wird in Abschn. 11.7 besprochen.

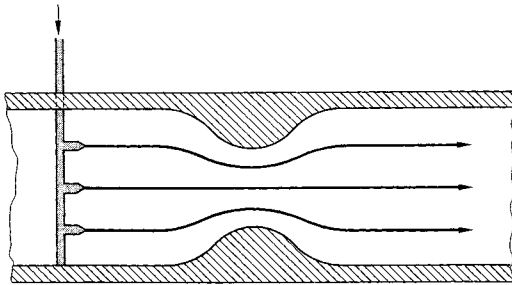
## 11.4 Strömungsbilder

**Sichtbarmachen von Strömungen.** Bisher haben wir nur sehr einfache, annähernd geradlinige und „glatte“ Strömungen betrachtet. Oft sind die Bewegungen in strömenden Flüssigkeiten oder Gasen aber so kompliziert, dass unser Vorstellungsvermögen bei dem Versuch versagt, sie in Gedanken zu verfolgen. Die meisten Strömungen lassen sich nicht einmal mit den größten heute vorhandenen Rechenanlagen simulieren. Man sieht der Navier-Stokes-Gleichung wirklich nicht an, welche Fülle von Möglichkeiten in ihren Lösungen verborgen ist. Daher wurden verschiedene Verfahren entwickelt, um Strömungen sichtbar zu machen. Wir wollen einige der Wichtigsten kurz erläutern: In durchsichtigen Flüssigkeiten ist es am einfachsten, ein bestimmtes Volumenelement bzw. „Flüssigkeitsteilchen“ optisch zu markieren und dann seine Bahn zu verfolgen. Den von einem solchen Teilchen im Lauf der Zeit zurückgelegten Weg bezeichnet man als *Bahnlinie*. Die Verbindung der Geschwindigkeitsvektoren eines Teilchens zu verschiedenen Zeiten nennt man *Stromlinie*, wie im vorigen Abschnitt schon benutzt. In einer stationären Strömung ( $\partial \mathbf{v} / \partial t = 0$ ) fallen Bahnlinien und Stromlinien immer zusammen.

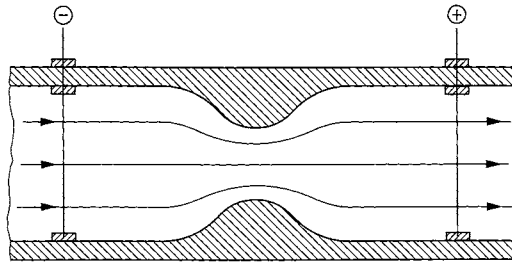
Zur Markierung eines Volumenelementes verwendet man z. B. feines Aluminiumpulver, dessen Teilchen in Wasser und in zäheren Flüssigkeiten nur sehr langsam sinken und einfallendes Licht gut reflektieren (Abb. 11.30). Man kann die Flüssigkeit aber auch durch Farbstoff markieren (Abb. 11.31). Für dessen Zufuhr müssen so feine Kapillaren verwendet werden, dass sie die Strömung möglichst wenig stören. Will man quantitative Messungen durchführen, benutzt man kleine Gasblasen, die in Wasser und in Lösungen durch Elektrolyse erzeugt werden (Abb. 11.32). Durch geeignete Oberflächenbehandlung der Elektroden und durch zeitlich gepulsten Strom lassen sich regelmäßige Muster von Gasblasen erzeugen, die mit der Strömung wandern. Sind die Blasen klein genug, steigen



**Abb. 11.30** Sichtbarmachung einer Flüssigkeitsströmung durch Aluminiumpulver (nach R. W. Pohl, Mechanik u. Akustik, Springer, Berlin, 1930)



**Abb. 11.31** Sichtbarmachung einer Flüssigkeitsströmung durch Farbstoff, der bei  $\downarrow$  zugeführt wird

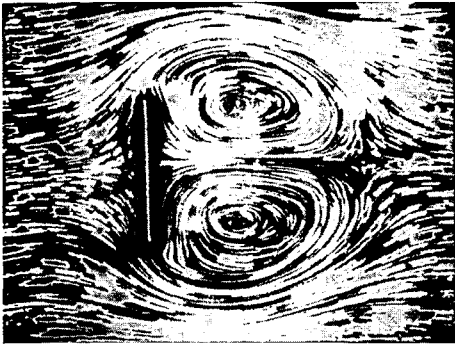


**Abb. 11.32** Sichtbarmachung von Flüssigkeitsströmungen durch elektrolytisch erzeugte Gasblasen

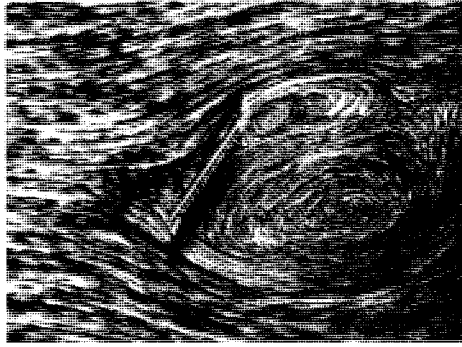
sie während der Beobachtungszeit infolge ihres Auftriebs nicht wesentlich in die Höhe. In undurchsichtigen Flüssigkeiten ist man auf nichtoptische Methoden angewiesen wie den Ultraschall-Doppler-Effekt, den Mößbauer-Effekt oder Neutronenstreuung. In Gasen lassen sich unter bestimmten Bedingungen elektrische Funkenentladungen oder die Lumineszenz zum Markieren von Strömungen verwenden. Meistens macht man in Gasen jedoch von Dichteänderungen Gebrauch, die sich durch Änderungen der Brechzahl mit Hilfe der Schlieren-Methode, der Schattenmethode oder interferometrisch nachweisen lassen (s. Bd. 3). Das geht aber nur bei Strömungen, in denen sich die Dichte räumlich und zeitlich genügend stark ändert.

Abb. 11.33 zeigt auf diese Weise erhaltene Bilder turbulenter Strömung (Abschn. 11.8). Immer, wenn Wirbel auftreten, wird die Reibungskraftdichte  $\eta \nabla^2 \mathbf{v}$  in der Navier-Stokes-Gl. (11.1) wesentlich, die wir bisher vernachlässigt hatten. Und zwar entstehen umso stärkere Wirbel, je größer die Viskosität ist und je größer die zweite Ortsableitung der Geschwindigkeit wird. Diese Ortsableitung ist überall da groß, wo der umströmte Körper scharfe Kanten hat, denn dort muss  $\mathbf{v}$  seine Richtung auf kleinen Strecken stark ändern.

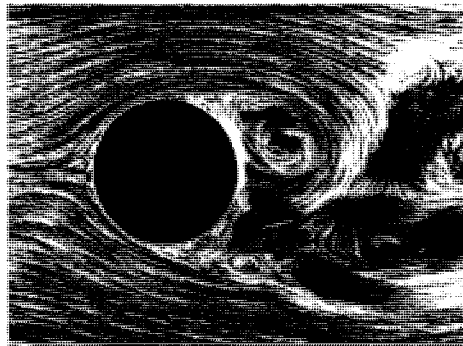




(a)



(b)

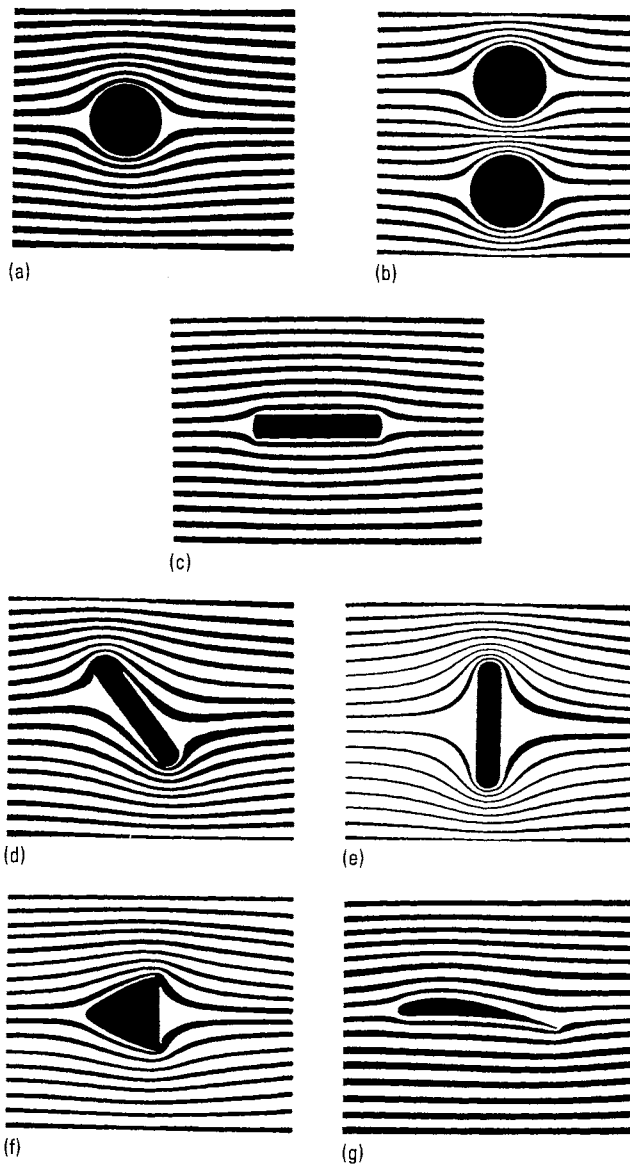


(c)

**Abb. 11.33** Turbulente Umströmung fester Körper, Strömung von links nach rechts, sichtbar gemacht durch Schwebeteilchen in Wasser (Fotos: (b) und (c) aus: W. Wien u. F. Harms, Handb. d. Experimentalphysik Bd. IV/1, Akadem. Verlagsges., Leipzig, 1931)

Bevor wir Wirbel und turbulente Strömungen weiter untersuchen, müssen wir uns daher zunächst die Viskosität und die Reibungskräfte in Flüssigkeiten und Gasen genauer ansehen. Das geschieht in den nächsten Abschnitten.

**Strömungsmodellversuche.** Eine für Demonstrationszwecke gut geeignete Methode zur Simulation von Strömungsbildern laminarer Strömung wurde von Robert Wichard Pohl (1884 – 1976) angegeben. Zwischen zwei Glasplatten im Abstand von 1 mm strömt Wasser, das durch Löcher von zwei oben angebrachten Kammern kommt. Die Löcher beider Kammern sind um den halben Lochabstand gegeneinander versetzt. Das Wasser der einen Kammer ist gefärbt (z. B. mit Tinte), so dass den Stromlinien entsprechende Bilder entstehen, die in der Projektion durch Prismen um  $90^\circ$  gedreht werden können (Abb. 11.34).

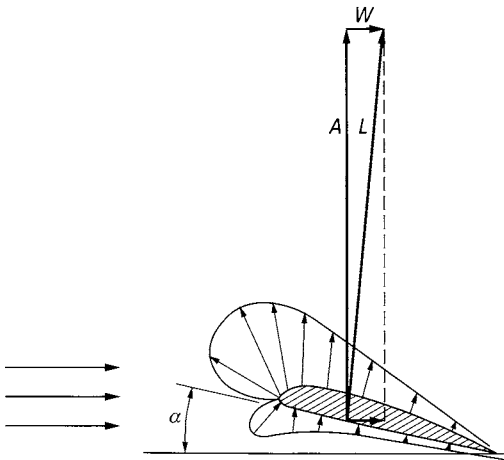


**Abb. 11.34** Modellbilder zur laminaren Umströmung fester Körper (etwa halbe natürliche Größe, nach R. W. Pohl, Mechanik u. Akustik, Springer, Berlin, 1930)

Die Turbulenz spielt in der Praxis eine große Rolle, z. B. bei fast allen Wasserströmungen in Rohrleitungen. Man kann geradezu sagen, dass der laminaren Rohrströmung – abgesehen von Kapillaren – nur eine untergeordnete Bedeutung zukommt. Die Turbulenz ist auch nicht auf die Rohrströmung beschränkt. Die Erscheinungen sind im einzelnen von großer Mannigfaltigkeit und bisher noch keineswegs vollkommen erkannt. Zum Beispiel wird der Strömungswiderstand einer Kugel bei turbulenter Strömung nicht größer, sondern kleiner als bei laminarer Bewegung: Die Widerstandsbeiwerte sind für diesen Fall z. B. die folgenden:  $c_{\text{lam}} = 0.44$ ,  $c_{\text{turb}} = 0.176$ , d. h., der turbulente Strömungswiderstand beträgt nur rund  $\frac{2}{3}$  des laminaren. Durch Zusatz von bestimmten Chemikalien, die aus langen Molekülen bestehen, lässt sich z. B. die Wirbelbildung in Wasser und damit der Strömungswiderstand herabzusetzen. Dadurch wird der Wasserstrom erhöht, was u. a. in Feuerwehrschräuchen wichtig ist.

## 11.9 Umströmung der Tragflügel von Flugzeugen

Das Profil eines Tragflügels sieht ungefähr so aus wie in den Abb. 11.63, 11.64 oder 11.65 dargestellt. Die Oberseite ist stärker nach oben gewölbt als die Unterseite. Strömt von links Luft gegen den horizontal liegenden Tragflügel oder bewegt sich der Tragflügel in ruhender Luft nach links, so wird die Luft geteilt. Da der Weg der Luft oberhalb des Tragflügels größer ist, muss hier die Geschwindigkeit der Luft dicht an der Oberfläche des Tragflügels größer sein als dicht an der Oberfläche der Unterseite. Nach der Bernoulli'schen Gleichung (Gl. (11.8), S. 406) ist  $p + \frac{\rho}{2}v^2 = \text{const}$ , was bedeutet, dass dort, wo die Geschwindigkeit  $v$  größer ist, der Druck kleiner ist. Damit tritt sowohl an der Oberseite als auch an der Unterseite ein Unterdruck auf. Wegen der stärkeren Wölbung der Oberseite ist hier der Unterdruck größer als an der Unterseite. Dadurch wird das Flugzeug in der Luft getragen, sofern eine schnelle Bewegung zur ruhenden Luft vorhanden ist. Das



**Abb. 11.63** Kraftverteilung am Tragflügel ( $A$  = Auftrieb,  $W$  = Strömungswiderstand,  $L$  = resultierender Luftwiderstand)

Flugzeug „hängt“ in der Luft, jedoch nur bei ausreichend hoher Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit der Luft an der Oberseite nimmt bei hoher Fluggeschwindigkeit Werte der Schallgeschwindigkeit und darüber an. Man kann sich leicht vorstellen, wie wichtig es ist, den Reibungswiderstand der Luft am Material des Tragflügels klein zu halten (z. B. durch Verzicht auf Nieten, geringe Rauigkeit der Oberflächen usw.). Außer der Reibung ergibt sich auch ein bedeutender aerodynamischer Widerstand durch Wirbel an der Hinterkante der Tragflügel und an den Flügelenden (s. weiter unten).

Beim Aufwärtsflug nach dem Start ist die Tragfähigkeit wegen der geringen Geschwindigkeit noch klein. Dann aber kommt eine Kraftkomponente hinzu, die sich einfach (wie beim Kinder-Drachen) dadurch ergibt, dass Luft gegen die Unterseite der Tragflügel strömt und das Flugzeug hebt. Das Höhensteuer am Flugzeugende verursacht die Schrägstellung nach oben und bestimmt den sogenannten Anstellwinkel (Neigung des Flugzeugs gegen die Horizontale). Abb. 11.63 zeigt, dass bei einer solchen Schrägstellung an der Unterseite kein Unterdruck, sondern ein Überdruck herrscht. Dadurch steigt das Flugzeug in die Höhe. – Bei den großen Verkehrsflugzeugen ist die Unterseite nur noch wenig gekrümmt, so dass bei Horizontalstellung kaum noch ein Unterdruck herrscht.

Den Druck an den verschiedenen Stellen eines Tragflügels misst man in bekannter Weise – siehe z. B. die Druckmessung an der Kugel (Abb. 11.22, S. 416). Wenn man das Flügelprofil der Abb. 11.63 zugrunde legt, erhält man die dort eingezeichnete Kraftverteilung für einen *Anstellwinkel*  $\alpha$  von etwa  $11^\circ$ , die durch den Drucküberschuss bzw. Unterdruck gegen den statischen Druck der ungestörten Strömung entsteht. Unterdruck ist kenntlich daran, dass die Pfeile vom Körper fortzeigen; bei Drucküberschuss weisen sie auf ihn hin. Man erkennt aus der Figur, dass auf der Oberseite eine erhebliche Druckverminderung (ein *Sog*) vorhanden ist, im Mittel etwa doppelt so groß, wie der Drucküberschuss auf der Unterseite. Ein Zahlenbeispiel sei gegeben: Der mittlere Sog beträgt etwa 0.6 hPa, der Überdruck etwa 0.4 hPa, die Druckdifferenz zwischen unten und oben ergibt also 1 hPa. Im Übrigen hängt nicht nur dieser Zahlenwert erheblich vom Anstellwinkel ab, sondern auch der Angriffspunkt der Luftkraft. Jedenfalls ergibt sich aus solchen Messungen zwingend die Existenz einer *Zirkulationsströmung* (Abschn. 11.3), und es handelt sich jetzt darum, zu verstehen, wie sie entstehen kann.

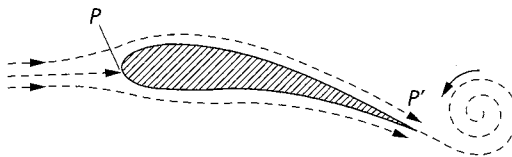


Abb. 11.64 Bildung des Anfahrwirbels beim Tragflügel

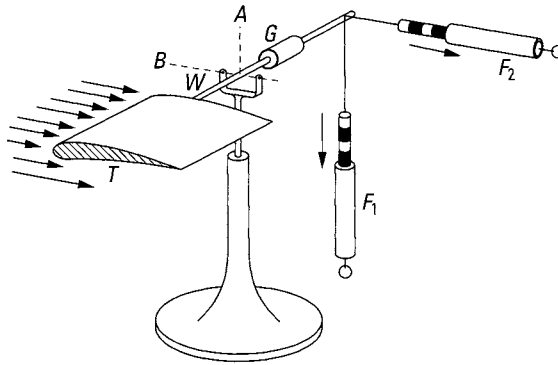
Denken wir uns einen Tragflügel zunächst in Ruhe. In Abb. 11.64 ist ein Schnitt durch einen als unendlich lang betrachteten Flügel dargestellt, damit in jedem Schnitt die gleichen Verhältnisse herrschen. Wird der Flügel in Bewegung versetzt, teilt sich in bekannter Weise die Stromlinie am vorderen Staupunkt  $P$ . Die Luft strömt teils auf der Ober-, teils auf der Unterseite, um sich am Hinterende  $P'$  wieder zu vereinigen. Wäre – auch in der Grenzschicht – keine Reibung vorhanden, kämen beide Luftströme in  $P'$  mit der gleichen Geschwindigkeit an. Da aber die Reibung gerade hier nicht vernachlässigt werden kann, ist die Geschwindigkeit der oberen Strömung in  $P'$  kleiner als die der unteren, weil die Oberseite länger ist als die Unterseite. Im Punkt  $P'$  bildet sich also im Moment des Anfahrens

eine Unstetigkeitsfläche aus. Diese ist aber sehr labil und zerfällt in Einzelwirbel, wie in Abb. 11.53 (Abschn. 11.7) dargestellt. Es bildet sich also auch hier hinter dem anfahrenden Tragflügel ein Wirbel (*Anfahrwirbel*) mit dem aus Abb. 11.64 ersichtlichen Umlaufsinn aus, der um sich herum eine Zirkulationsströmung im gleichen Sinn hervorbringt. Ziehen wir nun eine Kurve, die sowohl den Tragflügel als auch den Wirbel umschließt, so hatte die Zirkulation  $\Gamma$  (Abschn. 11.3) vor dem Anfahren längs dieser Kurve den Wert  $\Gamma = 0$ . Nach dem Kelvin'schen Satz (S. 441) muss dieser Wert also auch nachher erhalten bleiben, mit anderen Worten: Es muss sich um den Tragflügel eine Zirkulationsströmung vom gleichen Wert wie um den Wirbel, aber mit umgekehrtem Vorzeichen bilden. Diese Zirkulation bildet sich in gleichem Maß allmählich aus wie der Wirbel, und ihr Effekt ist der, dass die obere Geschwindigkeit allmählich zunimmt, die untere allmählich abnimmt. Dies geht so lange vor sich, bis der Geschwindigkeitssprung in  $P'$  ausgeglichen ist. Nun ist sowohl der Wirbel als auch die Zirkulationsströmung um den Tragflügel fertig ausgebildet. Der Anfahrwirbel wird von der Strömung mit fortgeführt, die Zirkulation um den Tragflügel bleibt erhalten.

Im stationären Zustand fließt die Strömung an der Hinterkante glatt ab. Es ist praktisch eine Potentialströmung um einen gewölbten Stromlinienkörper, wenigstens wenn, wie hier, der Tragflügel als unendlich lang betrachtet wird, d. h. wenn in jedem Querschnitt gleiche Verhältnisse herrschen. Es existiert für den unendlich langen Tragflügel also kein nennenswerter Druckwiderstand (wie bei einem Stromlinienkörper). Lediglich der von der Viskosität der Luft herrührende Reibungswiderstand ist vorhanden. Diese einfachen Verhältnisse ändern sich allerdings bei den in der Praxis natürlich stets vorliegenden endlichen Tragflügeln. Hier existiert, auch abgesehen von dem kleinen Reibungswiderstand, ein Druckwiderstand infolge dauernder Wirbelablösung an den Enden des Flügels (sogenannter *Randwiderstand*). Ohne hier näher darauf einzugehen, kann man Folgendes sagen: Die Druckverteilung um den Tragflügel (z. B. gemäß Abb. 11.63) liefert einerseits den senkrecht nach oben gerichteten Auftrieb  $A$ , andererseits den nach hinten gerichteten Strömungswiderstand  $W$  und die Resultierende aus beiden, die sogenannte Luftkraft  $L$ . Diese ist also gegen die Vertikale nach rückwärts geneigt, ihre Vertikalprojektion ist gleich  $A$  und die Horizontalprojektion gleich  $W$ .

Es handelt sich nun um die Frage, welches Profil der Tragflügel haben muss, um möglichst großen Auftrieb  $A$  und möglichst kleinen Strömungswiderstand  $W$  zu liefern. Ferner muss bestimmt werden, wie beide Größen vom Anstellwinkel abhängen. Diese Aufgabe muss experimentell gelöst werden: Man hängt das zu untersuchende Tragflügelmodell frei beweglich im Windkanal unter verschiedenen Anstellwinkeln  $\alpha$  auf und bestimmt mit einer sogenannten *Zweikomponentenwaage* die beiden Kraftanteile  $A$  und  $W$  als Funktion von  $\alpha$ . Das Prinzip der Zweikomponentenwaage geht aus Abb. 11.65 hervor. Ein Waagebalken ist gleichzeitig um eine vertikale und eine horizontale Achse drehbar und trägt an seinem einen Ende den im Windkanal zu untersuchenden Körper, z. B. einen Tragflügel  $T$ . Auf der anderen Hälfte des Waagebalkens befindet sich ein verschiebbares Gewicht  $G$ , um die Waage mit dem zu untersuchenden Körper ins Gleichgewicht zu bringen, bevor sich der Körper im Luftstrom befindet. Außerdem sind an dem Ende des Waagebalkens zwei Federwaagen  $F_1$  und  $F_2$  in vertikaler und horizontaler Richtung angebracht, mit deren Hilfe sich die auf den Körper im Luftstrom ausgeübten Kräfte kompensieren und messen lassen.

Ähnlich wie man  $W$  in der Form  $c_W \cdot (\varrho/2)v^2 \cdot S$  darstellt ( $S$  = Fläche des Tragflügels), bringt man auch  $A$  auf die gleiche Form, so dass man mit zwei Beiwerten  $c_A$  (Auftriebs-



**Abb. 11.65** Zweikomponentenwaage zur Bestimmung von Auftrieb und Strömungswiderstand

beiwert) und  $c_W$  (Widerstandsbeiwert) erhält:

$$A = c_A \cdot \frac{\rho}{2} v^2 \cdot S,$$

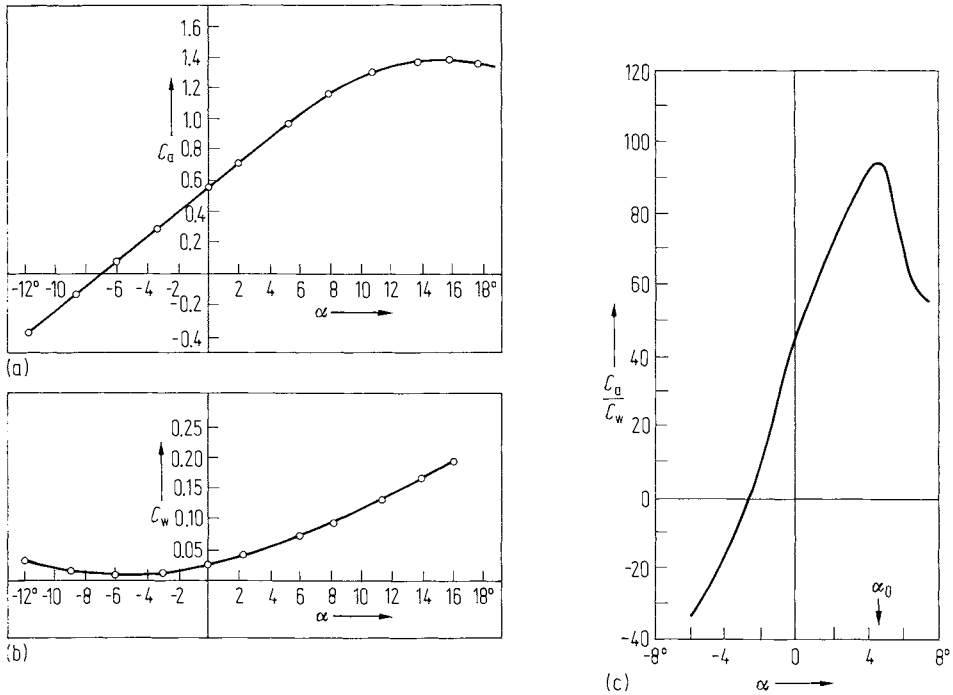
$$W = c_W \cdot \frac{\rho}{2} v^2 \cdot S. \quad (11.42)$$

Der Widerstand wird auf die Tragflügelfläche – nicht wie bisher auf die „angeströmte“ Fläche – bezogen, was ja nur einen konstanten Faktor in  $c_W$  bedeutet. Aus den oben dargelegten Messungen gewinnt man  $c_A$  und  $c_W$  als Funktionen von  $\alpha$  (Abb. 11.66a,b).

Eine gute Tragfläche soll einen möglichst großen Auftrieb bei einem möglichst kleinen Widerstand liefern, das heißt das Verhältnis  $c_A/c_W$  soll möglichst groß werden. Während bei den ersten Flugzeugen dieses Verhältnis bei etwa 5 lag, werden heute bei den besten bekannten Profilen Werte bis zu 100 erreicht. In Abb. 11.66c ist  $c_A/c_W$  über  $\alpha$  aufgetragen. Man findet den optimalen Anstellwinkel  $\alpha_0$  in der Gegend von etwa  $4^\circ$ . Da  $\alpha$  notwendigerweise beim Start größer und bei der Landung kleiner sein muss, sind dann die Verhältnisse ungünstiger. Um sie zu verbessern, verwendet man Start- und Landeklappen. Dadurch lässt sich das Verhältnis  $c_A/c_W$  nahezu verdoppeln. Der optimale Anstellwinkel  $\alpha_0$  ist gleichzeitig der kleinste Winkel zur Horizontale, unter dem das Flugzeug bei abgeschaltetem Triebwerk noch sicher zu Boden gleiten kann. Man bezeichnet ihn dann auch als *Gleitwinkel*. Ist er  $4^\circ$ , so beträgt bei einem totalen Triebwerksausfall in 10 km Höhe die maximale Flugstrecke noch  $10 \text{ km} / \tan 4^\circ = 143 \text{ km}$ .

Man erkennt aus Abb. 11.66a, dass der Auftrieb mit wachsendem Anstellwinkel zunimmt und für  $\alpha$  gleich  $15^\circ - 16^\circ$  ein Maximum erreicht. Meistens kann man nicht so weit mit dem Anstellwinkel gehen, weil sich dann die Strömung von der Oberseite leicht ablöst und sich Wirbel bilden, die widerstandsvergrößernd wirken (sogenannter „überzogener“ Zustand). Durch *Spaltflügel* kann man dies allerdings weitgehend vermeiden; Abb. 11.67 zeigt die Stromlinien für diesen Fall. Der Spalt wirkt so, wie das Ansaugen von Luft (vgl. Abb. 11.58). Eine ähnliche Rolle spielt beim Segelboot das Vorsegel.

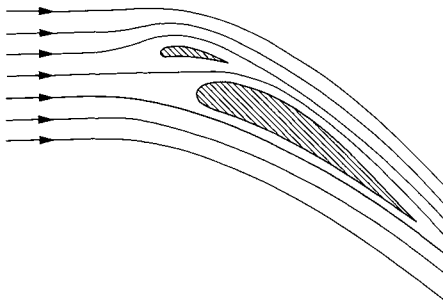
Der Randwiderstand bei endlichen Tragflächen kommt auf folgende Weise zustande: Wegen der Zirkulationsströmung herrscht auf der Oberseite Unterdruck, auf der Unterseite Überdruck. Dieser Druckunterschied versucht sich über den Rand auszugleichen, d. h. die Luft umströmt diesen seitlich von unten nach oben, und da das Flugzeug sich fortbewegt, bilden sich Wirbel aus, die eine Art „Zopf“ bilden (sogenannte *Wirbelzöpfe*). Abb. 11.68



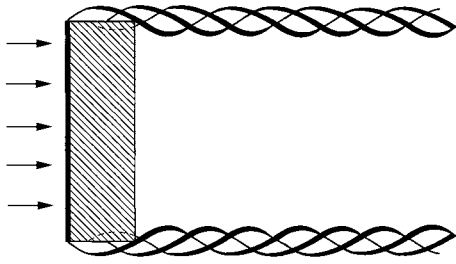
**Abb. 11.66** Auftriebs- und Widerstandsbeiwert von Tragflächen als Funktion des Anstellwinkels. Die Kurve in Teilbild (c) wurde an einem optimierten Profil gemessen, (a) und (b) an einem einfachen.

gibt eine Vorstellung davon. Natürlich ist die obige Darstellung stark schematisiert. Das Wesentliche ist aber, dass dauernd neue Wirbel erzeugt werden, die hinter dem Flugzeug zurückbleiben, ihm also Energie entziehen, d. h. Strömungswiderstand verursachen. Die Gestalt der Flügel ist dabei für die Größe des Widerstandes sehr maßgeblich: Lange schmale Tragflügel sind in dieser Hinsicht besser als breite und kurze. Die Natur ist auch hier das Vorbild, indem die guten Flieger unter den Vögeln lange und schmale Flügel besitzen.

Ein besonderes Interesse beansprucht der *Segelflug*. Dies ist ein Gleitflug in einem aufsteigenden Luftstrom. Je nach Stärke des Aufwindes gleitet das Flugzeug langsamer



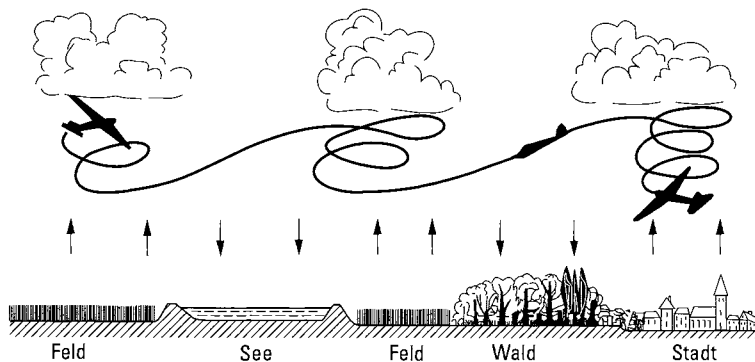
**Abb. 11.67** Stromlinienbild eines Spaltflügels



**Abb. 11.68** Bildung von Wirbelzöpfen an den Rändern eines Tragflügels

zur Erde, hält seine Höhe oder steigt sogar an. Solche Aufwinde finden sich an Berghängen (z. B. Wasserkuppe der Rhön). Sie treten auch an begrenzten Stellen des ebenen Geländes (über Feldern, Sandstrecken, Städten) durch die Wirkung der Sonnenstrahlung auf und sind oft an einer Kumuluswolke zu erkennen (sogenannte *Thermik*). Der Segelflieger muss in einem Aufwindgebiet so viel Höhe wie möglich zu gewinnen versuchen. Dies gelingt ihm, wenn er innerhalb dieses Gebietes Schleifen und Kehren vollführt, um nicht aus dem Gebiet herauszukommen. Hat er die maximale Höhe erreicht, bleibt ihm nichts anderes übrig als ein abwärts gerichteter Gleitflug. Mit diesem muss er versuchen, die nächste Thermik zu erreichen, um den Höhenverlust wieder auszugleichen (Abb. 11.69). Auf diese Weise sind erstaunliche Höhen und Entfernungen erzielt worden. Dieses Segelfliegen (Beschreiben von Kehren und Schleifen im Aufwind unter Gewinn von Höhe) kann man bei großen Raubvögeln (Bussarden, Adlern usw.) beobachten, die oft viele Stunden lang in der Luft höher und höher steigen, ohne die Flügel zu bewegen. Die Arbeit verrichtet der Aufwind.

Personenwagen haben einen Widerstandsbeiwert von  $c_W = 0.3$  bis  $0.45$ , Rennwagen unter  $0.2$ . Bei hohen Geschwindigkeiten ergibt sich ein Auftrieb. Dadurch verringert sich die Haftung der Reifen am Boden und das Fahrzeug wird leicht (durch Seitenwind, Aquaplaning usw.) aus der Bahn geworfen. Sogenannte Spoiler (engl. to spoil = vernichten) vernichten zum Teil den Auftrieb, setzen also das Abheben des Fahrzeugs vom Boden herab.



**Abb. 11.69** Entstehung der Thermik



# Segelflug und Segelflugzeuge

Überwiegend haben wirtschaftliche und militärische Bedürfnisse die Entwicklung der Luftfahrt bestimmt. Eine besondere Faszination aber übt das zweckfreie antriebslose Fliegen im Einklang mit den Naturgegebenheiten aus; insbesondere in Deutschland sind seit den zwanziger Jahren das Segelflugzeug und die Segelflugtaktiken perfektioniert worden.

Von Fred Thomas

**B**is vor rund 200 Jahren war die Atmosphäre als Lebensraum den Vögeln und Insekten vorbehalten. Der Mensch ist erst nach der Erfindung geeigneter Maschinen in diesen Bereich vorgestoßen. Die ersten Aufstiege gelangen den Heißluft- und Gasballonpionieren mit Geräten, die leichter als Luft und nicht zu gesteuerter Bewegung fähig waren. Eine gezielte Fortbewegung im Luftraum wurde erst in diesem Jahrhundert mit der Entwicklung leichter und leistungsfähiger Triebwerke zunächst durch Luftschiffe und dann durch Flugzeuge, die schwerer als Luft sind, ermöglicht.

Heute kann man in einem technisch hochentwickelten Flugzeug mehrere hundert Passagiere nahezu schallschnell oder sogar mit Überschallgeschwindigkeiten über interkontinentale Entfernungen transportieren. Um einen Menschen in wenigen Stunden über den Atlantik bringen zu können, ist allerdings ein Mehrfaches seines Gewichts an Kraftstoff zur Schuberzeugung erforderlich; dabei erzeugt der Lärm und die Verbrennungsrückstände belasten Atmosphäre und Umgebung („Bekämpfung des Fluglärms“, Spektrum der Wissenschaft, Juni 1985). So sehr der heutige Verkehr auf das Transportmittel Flugzeug angewiesen ist, so wenig hat diese Form der Fliegerei noch etwas mit dem von der Natur entwickelten Flug der Vögel zu tun. Wirtschaftliche und militärische Bedürfnisse haben die Entwicklung der Luftfahrt bisher überwiegend bestimmt. Aber auch das Fliegen selbst hat – ohne daß es einem bestimmten Zweck diene – auf den Menschen, der aus einer erdgebundenen Linie der Evolution hervorgegangen ist, stets eine besondere Faszination ausgeübt. Diese geht vor allem von der eleganten Flugweise solcher

Vogelarten aus, die ohne einen Flügelschlag stundenlang anscheinend mühelos zu fliegen vermögen.

Es diesen Vögeln gleichzutun ist ein jahrtausendealter Wunsch des Menschen, der schon in der Legende von Dädalus und Ikarus seinen Ausdruck gefunden hat. Aber erst in unserer Zeit ist dieser mythische Traum in einer sehr vollendeten Weise im Segelflug verwirklicht worden. Segelfliegen – das ist Fliegen im Einklang mit der Natur.

## Die Energiequelle des Segelflugs

Um eine Masse in Bewegung zu setzen und diese Bewegung gegen hemmende Widerstände in Gang zu halten, ist Energie erforderlich. Ist die Bewegung dem Schwerfeld entgegengesetzt gerichtet, so wird zusätzlich Energie benötigt. Wir merken dies am eigenen Körper, wenn wir Treppen steigen oder bergauf laufen. Ein Flugzeug bedarf daher zum horizontalen Flug und um Höhe zu gewinnen einer Energiequelle.

Betrachten wir zunächst den horizontalen Flug mit konstanter Geschwindigkeit. Dabei müssen am Flugzeug Kräfte erzeugt werden, die den abwärts gerichteten Gewichtsvektor und den durch die Bewegung in der Luft entstehenden Widerstand ausgleichen. Dies geschieht mit Hilfe auftriebserzeugender Tragflügel und schuberzeugender Triebwerke (Bild 2a). Ist der Schub größer als der Widerstand beziehungsweise der Auftrieb größer als das Gewicht, so kann das Flugzeug einen Steigflug ausführen und Höhe gewinnen.

Wie kann aber nun ein Flugzeug ohne Triebwerk fliegen und sogar in größere Höhen aufsteigen? Verfügt es über ein Reservoir an potentieller Energie, zum

Beispiel dadurch, daß es sich durch einen Start von einer Anhöhe aus oder mit Hilfe einer Schleppwinde oder eines Schleppflugzeugs in einer gewissen Höhe über dem späteren Landeplatz befindet, so kann das Flugzeug durch Verbrauch dieser potentiellen Energie Vortrieb erzeugen. Es führt einen abwärts gerichteten Gleitflug aus und verliert dabei unablässig an Höhe.

Der Vektor der Erdanziehung, dessen Größe durch das Flugzeuggewicht bestimmt ist, läßt sich bei einer abwärts geneigten Flugbahn in eine Komponente senkrecht zur Flugbahn und eine Komponente in Flugbahnrichtung aufteilen. Die erste Komponente wird durch den vom Tragflügel erzeugten Auftrieb kompensiert, während die zweite den Strömungswiderstand ausgleicht (Bild 2b).

Die Luftkräfte Auftrieb und Widerstand nehmen mit dem Quadrat der Fluggeschwindigkeit zu. Je schneller das Flugzeug fliegen soll, desto mehr Energie muß für die Kompensation der Verluste durch den Widerstand aufgewendet werden, desto steiler muß demzufolge auch die Flugbahn nach unten gerichtet sein. Der Winkel zwischen der Horizontalen und der Flugbahn wird als Gleitwinkel bezeichnet; er hängt von der gewählten Fluggeschwindigkeit ab und ist durch das Verhältnis von Fluggeschwindigkeit zu Sinkgeschwindigkeit definiert, welches seinerseits bestimmt ist durch das Verhältnis von Auftrieb zu Widerstand.

Damit eine bestimmte Fluggeschwindigkeit gewählt und beibehalten werden kann, benötigt das Flugzeug Steuerflächen, die es dem Piloten gestatten, das Flugzeug um seine drei räumlichen Achsen zu drehen, und Stabilisierungsflächen, die dafür sorgen, daß das Flugzeug einen einmal gewählten Flugzustand

auch bei äußeren Störungen – etwa durch Böen – selbsttätig beibehält. Sowohl die Steuerung als auch die Stabilisierung werden durch das Leitwerk wahrgenommen, das mittels eines Leitwerksträgers in einer gewissen Entfernung hinter dem Tragflügel angebracht ist (die ebenfalls mögliche Anordnung des Leitwerks vor dem Tragflügel wird als Entenkonfiguration bezeichnet).

Schließlich muß auch noch für die Unterbringung des Piloten eine Kabine vorhanden sein. Damit liegen die wesentlichen Bestandteile eines Segelflugzeugs bereits fest:

- die Tragflügel zum Erzeugen des Auftriebs,
- das Leitwerk für die Stabilisierung und Steuerung und
- der Rumpf als Pilotenkabine und Leitwerksträger.

Mit einem aus diesen Elementen geeignet zusammengesetzten Flugzeug ist man in der Lage, ohne Triebwerk von einem erhöhten Punkt aus mit einer in gewissem Rahmen frei wählbaren Geschwindigkeit mit einem zu dieser gehörenden Gleitwinkel abwärts zu fliegen. Der erste, der das in die Tat umgesetzt hat, war vor fast hundert Jahren Otto Lilienthal (1848 bis 1896). Er hatte sich,

um von einem erhöhten Punkt aus starten zu können, bei Lichterfelde eigens einen Hügel aufschütten lassen.

Mit der Entwicklung von geeigneten Flugmotoren und den erfolgreichen Flügen der Brüder Orville und Wilbur Wright (1871 bis 1948 beziehungsweise 1867 bis 1912) nahm das Fliegen mit Motor einen starken Aufschwung; das motorlose Fliegen wurde zunächst nicht weiter verfolgt. Erst das nach dem Ersten Weltkrieg über Deutschland verhängte Motorflugverbot veranlaßte eine Anzahl flugbegeisterter Studenten im Jahre 1920, auf der Wasserkuppe in der Rhön erneut mit motorlosen Flugzeugen zu experimentieren. Kurzen, nur sekundenlangen Luftsprüngen folgten bald minutenlange Gleitflüge. Die reine Gleitfliegerei hätte aber zweifellos sehr bald ihren Reiz verloren, wenn es nicht gelungen wäre, dem motorlosen Flugzeug die Energiequellen der Atmosphäre zu erschließen und damit längere Flüge durchzuführen.

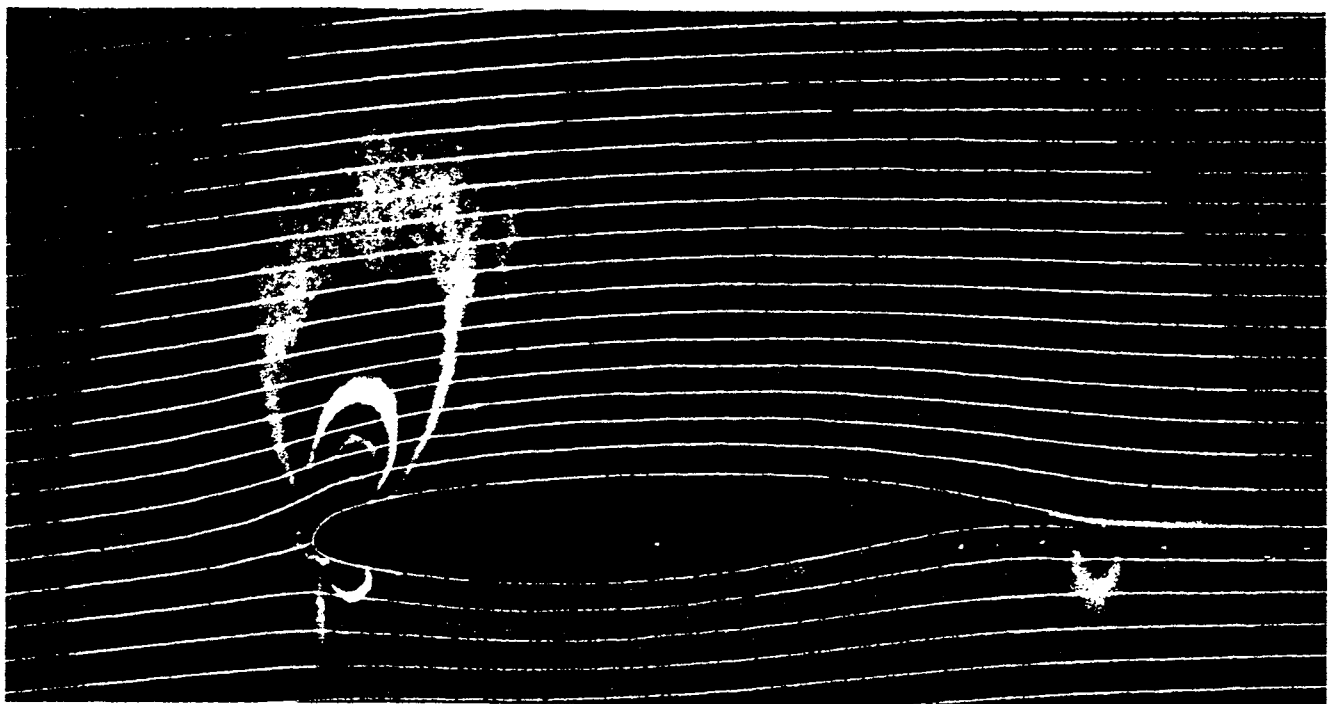
Steigen kann ein motorloses Flugzeug nur dann, wenn es sich in einer Luftmasse aufhält, die selbst schneller steigt, als das Segelflugzeug sinkt. Aufwärts gerichtete Luftströmungen kommen in der Natur in verschiedener Form und bei ge-

eigneter Wetterlage und Topographie auch durchaus häufig vor. Drei von der Entstehung her unterschiedliche Aufwindarten haben für den Segelflug Bedeutung erlangt (vergleiche „Segelfliegen“ von Helmut Reichmann auf Seite 42 dieser Ausgabe):

- der Hangaufwind, der durch Ablenkung des Windes durch quer zum Wind stehende Berghänge nach oben entsteht;
- der thermische Aufwind, der durch das Aufsteigen von mittels Sonneneinstrahlung aufgeheizten Luftmassen entsteht;
- der Wellenaufwind, der im Lee von Gebirgsmassiven durch Luftschwingungen in großer Höhe entsteht.

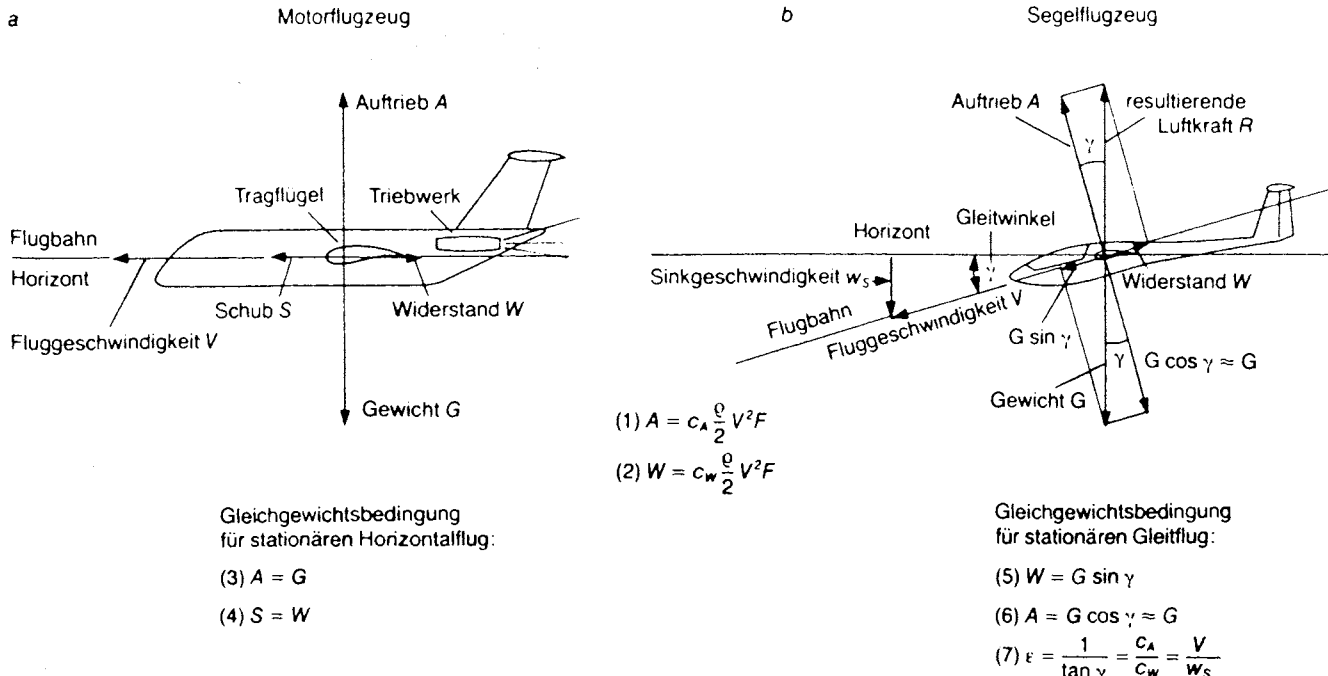
Die Nutzung des Hangaufwindes ermöglichte vor allem in der Rhön und an der Kurischen Nehrung in Ostpreußen in der Anfangszeit des Segelflugs sehr bald stundenlange und später tagelange Flüge. Doch wegen seiner Ortsgebundenheit und der geringen erreichbaren Flughöhen konnten sich die Segelflieger auf Dauer damit als einziger Energiequelle nicht begnügen.

Der Wellenaufwind ist erst sehr viel später entdeckt worden. Er ist wegen der Voraussetzung besonderer geographischer Bedingungen nur an wenigen Stel-



**Bild 1:** Das mittels Computer theoretisch ermittelte Stromlinienbild (weiße Linien) und das im Windkanal experimentell erzeugte farbige schlierenoptische Strömungsbild – beide von der DFVLR in Braunschweig – sind zwei unterschiedliche Darstellungen ein und desselben strömungsmechanischen Sachverhalts. Das Stromlinienbild zeigt bei einer stationären Strömung die Wege der einzelnen Luftteilchen bei der Umströmung des Profils. Außerdem liefert das Rechenprogramm die Strömungsgeschwindigkeiten und Drücke im gesamten Strömungsfeld und insbesondere auf der Profiloberfläche. Das Schlierenbild gibt die Änderungen der Luftdichte im Strömungsfeld an. Man erkennt deutlich, daß die stärksten Ände-

rungen im Bereich der Profilnase stattfinden, wo der Druck auf einem kurzen Weg steil abfällt. Die grüne Zone im mittleren Bereich des Profils deutet auf einen weitgehend konstanten Druck hin, während die rote Zone im rückwärtigen Profilbereich einem gleichmäßigen Druckanstieg entspricht. Grenzschicht und Nachlauf des Profils sind durch die dünne braungelbe Zone unmittelbar auf der Profilkontur beziehungsweise hinter dem Profil charakterisiert. Obwohl schlierenoptische Aufnahmen hauptsächlich bei der Untersuchung von Hochgeschwindigkeitsprofilen im schallnahen und im Überschallbereich angewandt werden, liefern sie auch ein anschauliches Bild der Strömungsverhältnisse an einem Segelflugzeugprofil.



**Bild 2:** Beim Flug durch die Atmosphäre übt die Luft Kräfte auf das Flugzeug aus, deren Größe von der Fluggeschwindigkeit  $V$ , der Luftdichte  $\rho$ , der Größe des Flugzeugs (Flügelfläche  $F$ ) und der Form des Flugzeugs (Auftriebsbeiwert  $c_A$  und Widerstandsbeiwert  $c_W$ ) abhängen. Die resultierende Luftkraft  $R$  läßt sich aufteilen in eine Komponente senkrecht zur Flugbahn, den Auftrieb  $A$ , und eine Komponente entgegengesetzt zur Flugbahnrichtung, den Widerstand  $W$ . Es hat sich gezeigt, daß Auftrieb und Widerstand proportional mit der Flügelfläche  $F$ , der Luftdichte  $\rho$ , dem Quadrat der Fluggeschwindigkeit  $V$  und dem dimensionslosen Auftriebsbeiwert  $c_A$  beziehungsweise Widerstandsbeiwert  $c_W$  wachsen (Gleichungen 1 und 2). Bei einem stationären Horizontalflug muß das Gewicht  $G$  des Flugzeugs durch den Auftrieb  $A$  und der Widerstand  $W$  durch die Vortriebskraft  $S$  kompensiert werden. Das geschieht beim Mo-

torflugzeug (a) durch den Schub des Triebwerks (Gleichungen 3 und 4). Da das Segelflugzeug (b) nicht über ein Triebwerk verfügt, muß es den Vortrieb aus einer Kraftkomponente der Erdanziehung entnehmen. Dies ist nur in einem Gleitflug mit einer gegenüber dem Horizont abwärtsgerichteten Flugbahn möglich (Gleichungen 5 und 6). Der Winkel zwischen Horizont und Flugbahn wird als Gleitwinkel  $\gamma$  bezeichnet. Er ist um so kleiner, je größer das Verhältnis von Auftrieb zu Widerstand beziehungsweise das Verhältnis von Fluggeschwindigkeit  $V$  zu Sinkgeschwindigkeit  $w_s$  ist (Gleichung 7). Die hohe aerodynamische Qualität der heutigen Hochleistungs-Segelflugzeuge ermöglicht Gleitzahlen von ungefähr 50. Ein solches Flugzeug kann folglich mit einem Höhenverlust von lediglich 1000 Metern eine Strecke von 50 Kilometern im Gleitflug zurücklegen. Mit zusätzlichem Rückenwind wird diese Strecke sogar noch größer.

len der Erde bei bestimmten Wetterverhältnissen anzutreffen. Allerdings gestattet er dann Flüge bis in sehr große Höhen und bietet dem Segelflieger ein Erlebnis ganz besonderer Art.

Die Energiequelle, die sich für die weitere Entwicklung des Segelflugs als bedeutendste erwiesen hat, ist der thermische Aufwind. Er entsteht dadurch, daß sich bei Sonneneinstrahlung die Erdoberfläche je nach Beschaffenheit unterschiedlich erwärmt und diese Wärme auf die darüberliegende Luftschicht überträgt. Die erwärmte Luft dehnt sich aus und wird leichter. Sie beginnt an den Stellen, wo sie sich am stärksten erwärmt hat, aufzusteigen.

Daß die Vögel thermische Aufwinde äußerst geschickt zu nutzen imstande sind, war seit langem bekannt. Die Möglichkeit einer entsprechenden Nutzung durch Segelflugzeuge war aber zunächst keineswegs selbstverständlich und wurde auch von namhaften Wissenschaftlern angezweifelt. Eine Nutzung der Thermik durch Segelflugzeuge war nur deshalb möglich, weil

- die Stärke dieser Aufwinde im allgemeinen größer ist als die Sinkgeschwindigkeit des Segelflugzeugs,

- die Ausdehnung der Aufwinde hinreichend groß ist, so daß sich ein Segelflugzeug durch enges Kreisen über längere Zeit in diesem Aufwind aufhalten kann, und weil

- die Aufwinde in so engen Abständen auftreten, daß der jeweils nächste Aufwind im Gleitflug erreichbar ist und so Flüge über größere Entfernungen möglich werden.

Thermische Aufwinde treten in Mitteleuropa im Sommerhalbjahr bei Sonneneinstrahlung sehr häufig auf. Sie erreichen Aufwind-Geschwindigkeiten von im allgemeinen 1 bis 3 Meter pro Sekunde. Von niedriger Höhe ausgehend reichen sie hinauf bis in Höhen von 2000 bis 3000 Metern und darüber. Sie haben Durchmesser von 50 bis zu mehreren hundert Metern und stehen meist in Abständen von einigen Kilometern. In Gebieten mit sehr starker Sonneneinstrahlung wie Australien, Südafrika und Amerika können sich noch bedeutend stärkere und in größere Höhen hinaufreichende Aufwinde als in Mitteleuropa entwickeln.

Im allgemeinen sind die thermischen Aufwinde durch Cumuluswolken markiert. Da sich die aufsteigende Luft adia-

batisch abkühlt, kondensiert je nach Wetterlage in einer bestimmten Höhe die Luftfeuchtigkeit, so daß sich Wolken bilden. Der Aufwind setzt sich in den Wolken verstärkt fort. Aber auch bei wolkenlosem Himmel ist sehr häufig Thermik anzutreffen.

Diese Kombination von günstigen Eigenschaften der thermischen Aufwinde ließ sich zum Segelflug hervorragend ausnutzen. Dadurch fand der Segelflug schließlich weltweite Verbreitung. Früher nicht für möglich gehaltene Leistungen – inzwischen werden Strecken von über 1500 Kilometern mit Durchschnittsgeschwindigkeiten von mehr als 130 Kilometer pro Stunde erreicht – sind durch diesen Bedingungen angepaßte Segelflugzeug-Entwicklungen und Flugtaktiken möglich geworden.

Sicherlich ebenso bemerkenswert ist aber auch, daß zum Beispiel in Mitteleuropa an vielen Sommertagen Dutzende von Segelflügen von 300 bis 800 Kilometer Entfernung – meist auf Dreieckskursen mit Rückkehr zum Startplatz – stattfinden. Damit ist für jeden normal ausgebildeten Segelflieger das naturverbunden-sportliche Erlebnis des Streckenflugs zugänglich geworden.

Die Besonderheit des Segelflugs liegt in der Tatsache, daß der Pilot die für den Flug benötigte Energie direkt der Atmosphäre entnehmen muß. Während ein Motor auf Knopfdruck, ohne weiteres Geschick des Piloten zu erfordern, die zum Fliegen notwendige Energie liefert, ist für das direkte Umsetzen der Energie der Atmosphäre stets eine individuelle Leistung des Piloten nötig. Hierauf beruht sicherlich ein wesentlicher Teil der Anziehungskraft, die der Segelflug allenthalben ausübt.

Ähnlich wie beim Segelschiff erzeugt die direkte Umsetzung der natürlichen Energie beim Segelflugzeug weder Lärm noch die chemischen Rückstände eines Verbrennungsprozesses. Der Segelflug ist daher eine Art der Fortbewegung in vollem Einklang mit den Gegebenheiten der Natur, wie auch die Vögel sie praktizieren.

## Kreisen und Gleiten

Beim motorgetriebenen Flugzeug erfolgen das Zurücklegen einer Strecke und die Energieerzeugung gleichzeitig und kontinuierlich. Beim typischen Segelflug hingegen sind der Energiegewinn im Steigflug und das Zurücklegen der Strecke zwei klar getrennte Vorgänge.

Um im Geradeausflug eine gewisse Strecke fliegen zu können, muß das Segelflugzeug zuvor die dafür erforderliche Energie durch einen Steigflug etwa in einem thermischen Aufwind gewinnen. Gelingt dies nicht, ist auch kein Streckenflug möglich und eine baldige Landung unvermeidlich. Ein erfolgreicher Streckenflug setzt sich aus einer Folge von Steigflügen im Aufwind zum Höhengewinn und Gleitflügen zwischen den Aufwinden zum Streckengewinn bei Höhenverlust zusammen (Bild 3a).

Da der thermische Aufwind gemäß der Sonneneinstrahlung nur zeitlich begrenzt zur Verfügung steht, genügt es nicht, die einmal gewonnene Höhe durch einen möglichst flachen Gleitflug in eine möglichst große Strecke umzusetzen; der Pilot muß dies auch rasch tun, um während des Tagesverlaufs insgesamt eine maximale Strecke fliegen zu können. Eine hohe Gleitflug-Geschwindigkeit bedingt aber einen schlechteren Gleitwinkel. Hier gilt es, ein Optimierungsproblem zu lösen. Das Ergebnis hängt von der Stärke des Aufwindes und den technischen Daten des Flugzeugs ab.

Die beiden Abschnitte des Streckenflugs – der Steigflug im Aufwind und der Gleitflug zum Streckengewinn – stellen grundverschiedene Anforderungen an das Flugzeug. Es ist die Aufgabe des Konstrukteurs, diese unterschiedlichen Anforderungen optimal in einem Flug-

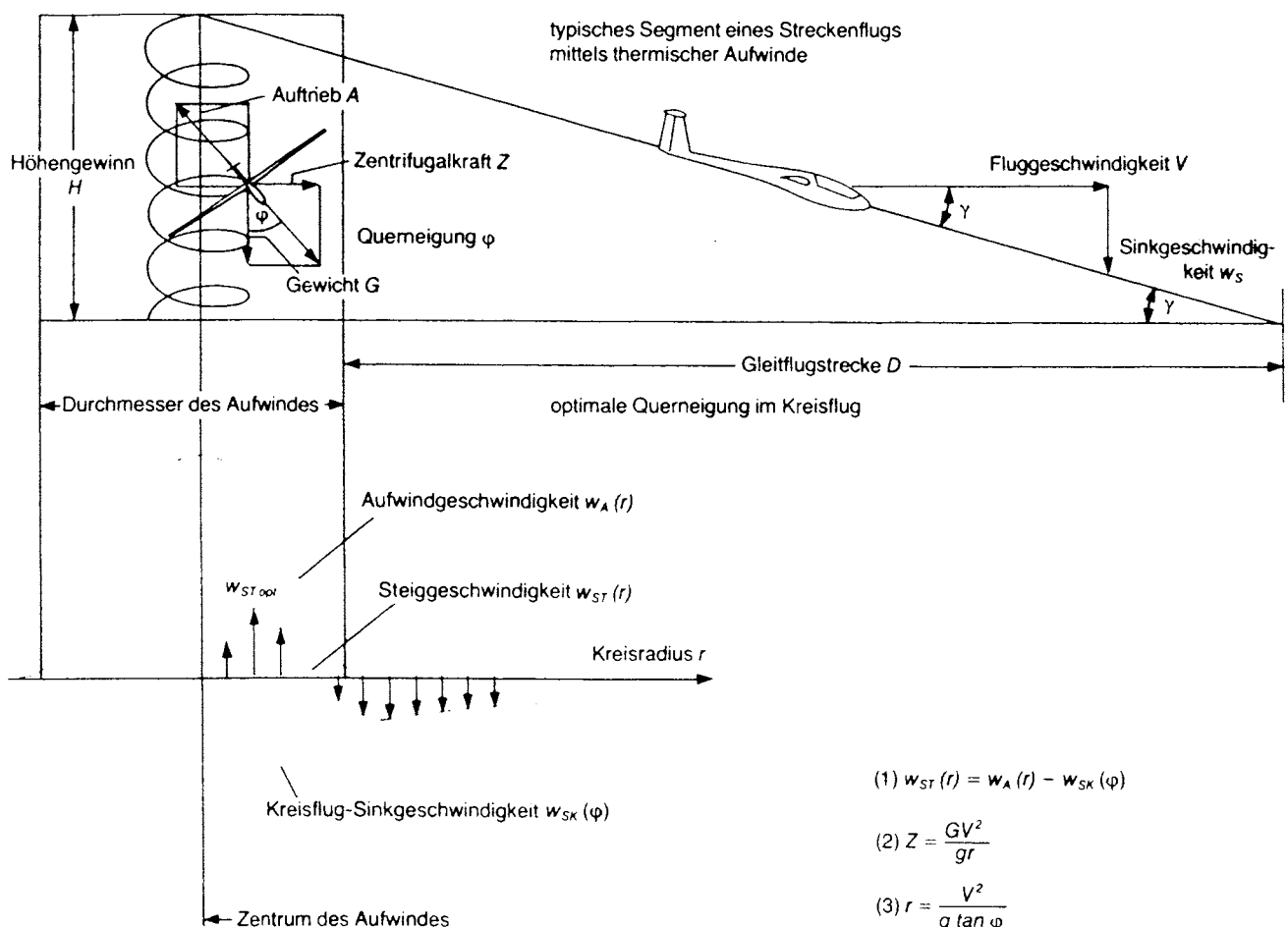


Bild 3: Da das Segelflugzeug in ruhender Luft stets abwärts gleiten muß, ist ein Höhengewinn nur möglich, wenn es sich in einer Luftmasse aufhält, die schneller steigt, als das Segelflugzeug sinkt. Dies ist – außer in Hangaufwinden und Leewellenströmungen – insbesondere in sogenannten thermischen Aufwinden der Fall. Da die thermischen Aufwinde meist eine geringe Ausdehnung haben, ist ein Höhengewinn nur durch enge Kreisen in der Thermik möglich. Die im Kreisflug entstehende Zentrifugalkraft  $Z$  muß das Flugzeug mittels einer durch die Querneigung  $\varphi$  erzeugten Komponente des Auftriebs ausgleichen. Dadurch steigt die Sinkgeschwindigkeit im Kreisflug  $w_{SK}$  gegenüber der Sinkgeschwindigkeit im Geradeausflug  $w_S$  bei gleicher Fluggeschwindigkeit mit zunehmender Querneigung  $\varphi$  deutlich an. Da die Aufwindgeschwindigkeit  $w_A$  in der

Thermik zur Mitte des Aufwindeschlauches zunimmt, ist der Pilot bestrebt, mit möglichst kleinem Kreisradius zu fliegen. Der optimale Kreisradius  $r$  ergibt sich dort, wo aus der Differenz von Aufwindgeschwindigkeit  $w_A$  und Sinkgeschwindigkeit  $w_{SK}$  die größte Steiggeschwindigkeit  $w_{ST}$  resultiert (Gleichung 1). Da die Zentrifugalkraft quadratisch mit der Fluggeschwindigkeit ansteigt, wird ein möglichst enger Kreisflug ohne zu große Querneigung bei einer möglichst geringen Fluggeschwindigkeit des Segelflugzeugs erreicht (Gleichungen 2 und 3). Typische Querneigungen bei optimalem Kreisflug liegen je nach der Art des Aufwindes bei etwa 40 bis 45 Grad. Der Gleitflug zum nächsten Aufwind wird mit einer um so höheren Fluggeschwindigkeit  $V$  durchgeführt, je stärker der Aufwind ist. Auf diese Weise wird eine hohe mittlere Überlandflug-Geschwindigkeit erzielt.

zeug zu erfüllen. Dem Piloten bleibt dann vorbehalten, das Flugzeug den jeweils gegebenen Wetterbedingungen entsprechend auch optimal einzusetzen. Die Entwicklung der dazu erforderlichen taktischen Maßnahmen ist eine eigenständige Aufgabe, wie es Reichmann im folgenden Beitrag beschreibt.

Wegen der relativ kleinen Ausdehnung der thermischen Aufwinde muß das Segelflugzeug durch enges Kreisen versuchen, innerhalb des Aufwinds zu verweilen. Beim Kreisflug entstehen jedoch Zentrifugalkräfte, die um so größer sind, je höher die Fluggeschwindigkeit und je kleiner der Radius des geflogenen Kreises ist. Das Flugzeug nutzt zur Kompensation der Zentrifugalkraft durch entsprechende Querneigung eine Komponente der Auftriebskraft. Das bedeutet aber, daß sich mit zunehmender Querneigung auch die Sinkgeschwindigkeit erhöht. Um die Zentrifugalkräfte und damit auch die erforderliche Querneigung klein zu halten, muß das Flugzeug so langsam wie nur irgend möglich fliegen können. Diese Forderung ist um so wichtiger, als die Aufwind-Geschwindigkeiten in einem thermischen Aufwind zum Zentrum hin deutlich zunehmen.

Aus dieser Tatsache und der mit zunehmender Querneigung steigenden Sinkgeschwindigkeit ergibt sich für jedes Flugzeug und jeden Aufwind immer genau eine Querneigung und dementsprechend ein Kreisradius, bei denen das Flugzeug mit seiner Minimalgeschwindigkeit gerade optimal steigt (Bild 3b). Der Pilot erfliert sich diese Querneigung beziehungsweise diesen Kreisradius mit Hilfe des Variometers, das ihm die momentane Steiggeschwindigkeit des Flugzeugs anzeigt.

Für die heutigen Segelflugzeuge liegen bei den üblichen mitteleuropäischen Aufwinden die günstigsten Querneigungswinkel bei ungefähr 40 bis 45 Grad. Die Segelflugzeuge fliegen dabei mit einer Geschwindigkeit von rund 80 Kilometer pro Stunde. Vögel und Drachensegler können wegen ihrer wesentlich geringeren Fluggeschwindigkeit sehr viel kleinere Kreisradien erfliert und damit den stärkeren Aufwind im Zentrum besser nutzen.

Natürlich ließen sich auch Segelflugzeuge so konstruieren, daß sie wesentlich langsamer fliegen könnten. Man brauchte dazu nur die Flächenbelastung zu verringern (die Flächenbelastung gibt an, wieviel Kilogramm Masse ein Quadratmeter Fläche des Tragflügels tragen muß). Größere Tragflügel würden demnach einen besseren Steigflug ermöglichen; sie erzeugen allerdings auch einen größeren Widerstand.

Nun muß das Segelflugzeug aber auch noch die Höhe in Strecke umsetzen, und

zwar mit einem möglichst flachen Gleitwinkel und mit möglichst hoher Geschwindigkeit. Gerade diese Aufgabe erfordert jedoch eine hohe Flächenbelastung. Ein zu großer Flügel würde sich in dieser Flugphase wegen seines großen Widerstands nachteilig auswirken. Hier muß der Konstrukteur in einem komplizierten Optimierungsprozeß die Flugzeugparameter und dabei insbesondere die Flächenbelastung so festlegen, daß das Flugzeug einen bestimmten Streckenflug einschließlich Steig- und Sinkflug mit insgesamt minimalem Zeitaufwand durchführen kann.

Der Optimierungsprozeß gestaltet sich besonders schwierig dadurch, daß das Ergebnis von der Stärke des zugrundgelegten Aufwinds abhängt. So würde bei vorwiegend schwachen Aufwinden ein Flugzeug mit niedriger Flächenbelastung, bei vorwiegend starken Aufwinden ein Flugzeug mit hoher Flächenbelastung im Vorteil sein.

Um wenigstens eine gewisse Anpassung an unterschiedliche Wetterbedingungen zu ermöglichen, baut man heute Tanks in die Tragflächen ein, die bis zu 150 Kilogramm Wasserballast aufnehmen können und bei Wetterlagen mit starker Thermik eine Erhöhung der Flächenbelastung ermöglichen. Energetisch betrachtet stellt der in einem starken Aufwind schnell in große Höhe gebrachte Wasserballast ein erhebliches Reservoir an potentieller Energie dar, das beim Gleitflug vorteilhaft genutzt werden kann. Der Wasserballast kann im übrigen auch während des Flugs gefahrlos abgelassen werden, wenn im Tagesverlauf die Aufwinde schwächer werden.

### Auftrieb und Widerstand

Wie jeder andere Körper, der einer gleichförmigen Strömung ausgesetzt ist, stört ein Flugzeug diese Strömung. Es entsteht ein dem ungestörten Strömungsfeld überlagertes Feld von Störge- schwindigkeiten. Dem resultierenden Geschwindigkeitsfeld entspricht nach dem Gesetz von Bernoulli, benannt nach dem Schweizer Mathematiker Daniel Bernoulli (1700 bis 1782), eine Druckverteilung in diesem Feld.

Diese Druckverteilung läßt sich auf der Oberfläche eines Flugzeugs messen. Integriert man den Druck über die gesamte Oberfläche, so erhält man einen resultierenden Luftkraftvektor, den man aus praktischen Gründen in zwei Komponenten aufteilt. Senkrecht zur Flugbahn steht der Auftriebsvektor, der das Gewicht des Flugzeugs tragen muß, und entgegengesetzt zur Flugbahnrichtung weist der Widerstandsvektor, der die Fortbewegung des Flugzeugs zu hemmen

sucht. Er ist eine Folge der energetischen Verluste, die bei der Umströmung des Flugzeugs auftreten.

Auftrieb und Widerstand bestimmen die Leistung des Flugzeugs. Sie sind, wie bereits in Bild 2 gezeigt wurde, um so größer, je schneller das Flugzeug fliegt und je größer es ist. Außerdem hängen die Luftkräfte sehr entscheidend von der Form und der Anströmrichtung des Flugzeugs ab.

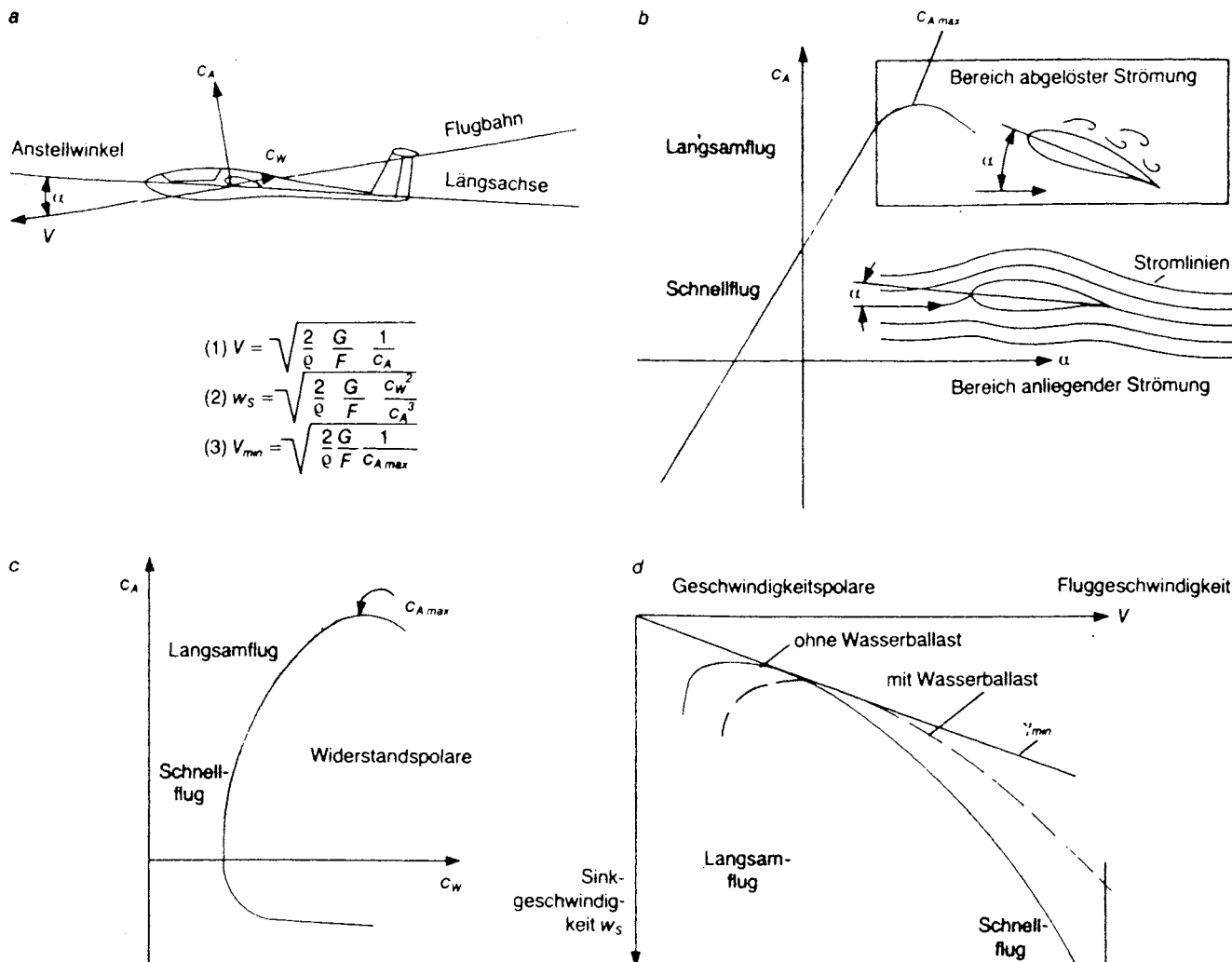
Der Einfluß der Form wird durch die dimensionslosen Beiwerte  $c_A$  (Auftriebsbeiwert) und  $c_W$  (Widerstandsbeiwert) erfaßt. Die Anströmrichtung wird mittels des Anstellwinkels  $\alpha$  definiert, des Winkels zwischen der Flugbahn und einer Bezugsachse des Flugzeugs, zum Beispiel der Längsachse (Bild 4a); der Flugzeugführer kann mittels seines Steuerknüppels über das Höhenleitwerk einen bestimmten Anstellwinkel wählen. Zu jedem Anstellwinkel gehört eine ganz bestimmte Fluggeschwindigkeit.

Auftriebsbeiwert und Widerstandsbeiwert hängen in charakteristischer Weise vom Anstellwinkel ab. So wächst  $c_A$  zunächst linear mit dem Anstellwinkel an (Bild 4b), aber nur bis zu einer gewissen Größe. Der Grund dafür, daß der Auftrieb nicht beliebig weiter wächst, liegt im Phänomen der Strömungsablösung. Diese tritt immer dann auf, wenn die Stromlinien im Strömungsfeld der Konturform nicht mehr folgen können. Dies ist der Fall, wenn die Körperformen sehr stumpf, stark geneigt oder gekrümmt – oder einfacher gesagt: nicht „stromlinienförmig“ – sind.

Mit der Strömungsablösung ist ein chaotischer Strömungszustand verbunden, den starke Verwirbelung, wachsender Widerstand und abnehmender Auftrieb kennzeichnen. Die Formgebung des Segelflugzeugs muß diesem Tatbestand Rechnung tragen. Strömungsablösungen müssen unter allen Umständen im normalen Flugbereich des Flugzeugs vermieden werden. Der von einem Flugzeug maximal erreichbare Auftriebsbeiwert wird mit  $c_{Amax}$  bezeichnet; er wird je nach Flügelform bei Anstellwinkeln zwischen 10 und 20 Grad erreicht.

Setzt man in die Auftriebsgleichung aus Bild 2 die Gleichgewichtsbedingung Auftrieb gleich Gewicht ein, so erhält man eine Gleichung für die Fluggeschwindigkeit (Bild 4). Aus dieser Beziehung erkennt man, daß das Flugzeug wegen der Begrenzung des Auftriebsbeiwerts nicht beliebig langsam fliegen kann. Die Mindestfluggeschwindigkeit wird beim maximalen Auftriebsbeiwert erreicht.

Außerdem hängt die Mindestfluggeschwindigkeit von der Flächenbelastung  $G/F$  ab. Je niedriger die Flächenbelastung ist, desto langsamer kann das Flug-



**Bild 4:** Der Anstellwinkel  $\alpha$  des Flugzeugs bezeichnet den Winkel zwischen der Flugzeuglängsachse und der Flugbahn. Je nach Stellung des Steuerknüppels fliegt das Flugzeug mit einem bestimmten Anstellwinkel (a). Zu jedem Anstellwinkel gehört ein ganz bestimmter Auftriebs- und Widerstandsbeiwert. Beide Größen wachsen mit zunehmendem Anstellwinkel an. Allerdings wächst der Auftriebsbeiwert nur bis zu einem bestimmten Maximalauftrieb  $C_{A,max}$  und fällt dann wieder ab. Dies ist dadurch bedingt, daß bei zu großen Anstellwinkeln ( $\alpha$  ist dann größer als ungefähr 15 Grad) die Strömung der Flügelkontur nicht mehr folgen kann und abkört (b). Für die Flugleistungen des Flugzeugs ist die Widerstandspolare maßgebend (c). Sie gibt den Widerstandsbeiwert in Abhängigkeit vom Auftriebsbeiwert an. Mittels der Gleichungen (1) und (2) lassen sich aus den Widerstandspolaren die zugehörigen Flug- und Sinkfluggeschwindigkeiten  $V$  und  $w_s$  berechnen. Dabei spielt das Verhältnis von

Fluggewicht  $G$  zu Flügelfläche  $F$ , das als Flächenbelastung  $G/F$  bezeichnet wird, eine wichtige Rolle. Die geringstmögliche Fluggeschwindigkeit wird durch den maximalen Auftriebsbeiwert bestimmt (Gleichung 3). Die Auftragung der Sinkgeschwindigkeit  $w_s$  über die Fluggeschwindigkeit  $V$  wird als Geschwindigkeitspolare bezeichnet; sie liefert eine genaue Aussage über die Flugleistungen des Flugzeugs (d). Je nach Flächenbelastung erhält man für eine Widerstandspolare verschiedene Geschwindigkeitspolaren. Mit zunehmender Flächenbelastung verschlechtern sich die Leistungen im Langsamflug (Kreisen im Aufwind), und es verbessern sich die Leistungen im schnellen Gleitflug. Bei sehr starken Aufwinden ist es günstiger, mit hoher Flächenbelastung zu fliegen. Aus diesem Grund sind die Segelflugzeuge mit Wassertanks ausgestattet, die bei Bedarf gefüllt werden können. Während des Fluges können sie bei Wetterverschlechterung entleert werden, so daß sich noch schwache Aufwinde nutzen lassen.

zeug fliegen. Diese Fähigkeit ist – wie bereits erwähnt – von Vorteil beim Kreisen im Aufwind, um mit möglichst geringer Querneigung enge Kreise fliegen zu können. Außerdem ist eine geringe Fluggeschwindigkeit bei der Landung nützlich: Eine kurze Landestrecke ist bei den öfter erforderlichen Außenlandungen auf manchmal recht kleinen Feldern ein wichtiger Sicherheitsfaktor.

Der Widerstand des Flugzeugs hat verschiedene physikalische Ursachen, auf die im folgenden noch näher eingegangen wird. Er ändert sich mit dem Anstellwinkel. Aus praktischen Gründen wird der Widerstand jedoch meist zusammen mit dem Auftrieb gemeinsam in

einem Diagramm dargestellt. Die dabei entstehende Kurve wird als Widerstandspolare bezeichnet. Sie hat eine näherungsweise parabolische Form (Bild 4c).

Ist die Widerstandspolare des Flugzeugs bekannt, so läßt sich daraus auch sofort die Sinkgeschwindigkeit  $w_s$  des Segelflugs berechnen. Die Gleichung für die Sinkgeschwindigkeit ergibt sich unmittelbar aus der Gleichung für die Fluggeschwindigkeit  $V$  und dem Gleitwinkel.

Mit den Gleichungen für  $V$  und  $w_s$  läßt sich aus der Widerstandspolare die sogenannte Geschwindigkeitspolare des Segelflugs berechnen. Sie liefert zu jeder Fluggeschwindigkeit die zugehörige

Sinkgeschwindigkeit. Da die Geschwindigkeiten außerdem von der Flächenbelastung abhängen, erhält man für ein und dasselbe Segelflugzeug verschiedene Geschwindigkeitspolaren. Dies wird am Beispiel für ein Flugzeug mit und ohne Wasserballast in Bild 4d gezeigt. Erhöhen der Flächenbelastung verschlechtert die Langsamflug-Leistungen und verbessert die Schnellflug-Leistungen.

Da beim Motorflugzeug der Widerstand durch den Schub der Triebwerke kompensiert wird, kann der Konstrukteur den Aufwand, den er durch eine hochwertige aerodynamische Formgebung zur Minderung des Widerstands

treiben will, an dem Aufwand messen, den er sonst durch Erhöhen der Motorleistung treiben muß. Beim Segelflugzeug hingegen gibt es zur Leistungssteigerung durch Minderung des Widerstands keine Alternative.

Diese Aufgabe stellt besonders hohe Anforderungen an den Aerodynamiker. Bei keinem anderen Flugzeug werden deshalb auch so weitgehend und konsequent alle Möglichkeiten einer aerodynamischen Optimierung genutzt wie beim Hochleistungs-Segelflugzeug. Diesen hohen aerodynamischen Qualität drückt sich denn auch in einer besonderen ästhetischen Schönheit aus, die andere Flugzeuge nicht erreichen.

### Die Grenzschicht

Weil die Widerstandsminderung für das Segelflugzeug dominierende Bedeutung hat, ist es erforderlich, die Entstehung

des Widerstands detailliert zu betrachten. Zu diesem Zweck sei der Widerstand zunächst unterschieden nach drei Arten seiner Entstehung:

– Der Reibungswiderstand entsteht in einer den umströmten Körper unmittelbar umgebenden Luftschicht dadurch, daß Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeit Schubspannungen auf die Körperkontur übertragen. Dieser Vorgang findet in der sogenannten Grenzschicht der Strömung statt. Man unterscheidet eine laminare und eine turbulente Grenzschichtströmung.

– Der Druckwiderstand entsteht dann, wenn die Strömung der Körperkontur nicht mehr folgen kann, weil diese entweder nicht stromliniengerecht geformt ist oder einen zu starken Anstellwinkel gegenüber der Anströmung aufweist. In diesen Fällen löst die Grenzschicht von der Kontur ab; es entsteht ein chaotischer Strömungszustand mit starker Verwirbelung, der einen Wider-

stand erzeugende Deformation der Druckverteilung auf der Körperoberfläche bewirkt.

– Der induzierte Widerstand ist mit der Auftriebserzeugung am Tragflügel verbunden. Durch die endlichen Abmessungen des Flügels tritt an den Flügelen ein Ausgleich zwischen dem Unterdruck auf der Flügeloberseite und dem Überdruck auf der Flügelunterseite auf, wodurch sich Randwirbel bilden.

Betrachten wir zunächst die Vorgänge in der Grenzschicht. Wenn sich Luft entlang einer festen Kontur mit einer bestimmten Geschwindigkeit bewegt, so werden aufgrund molekularer Anziehungskräfte die wandnächsten Luftmoleküle auch bei einer extrem glatten Wand an der Wandoberfläche haften. Sie wirken ihrerseits bremsend auf die nächste Schicht von Luftmolekülen, was sich fortsetzt, so daß von der Wandoberfläche nach außen ein allmählicher Übergang von der Geschwindigkeit Null an

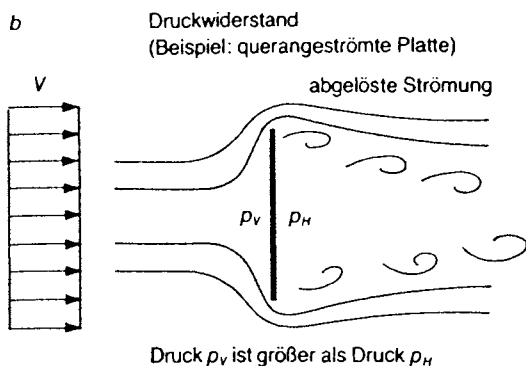
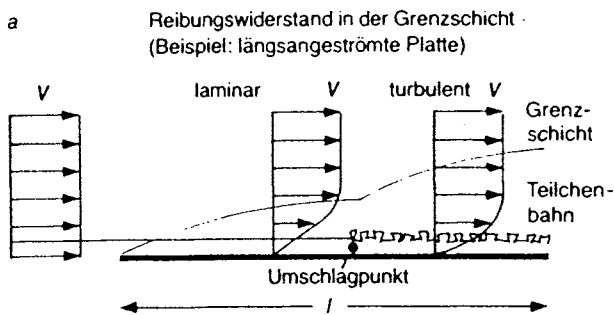
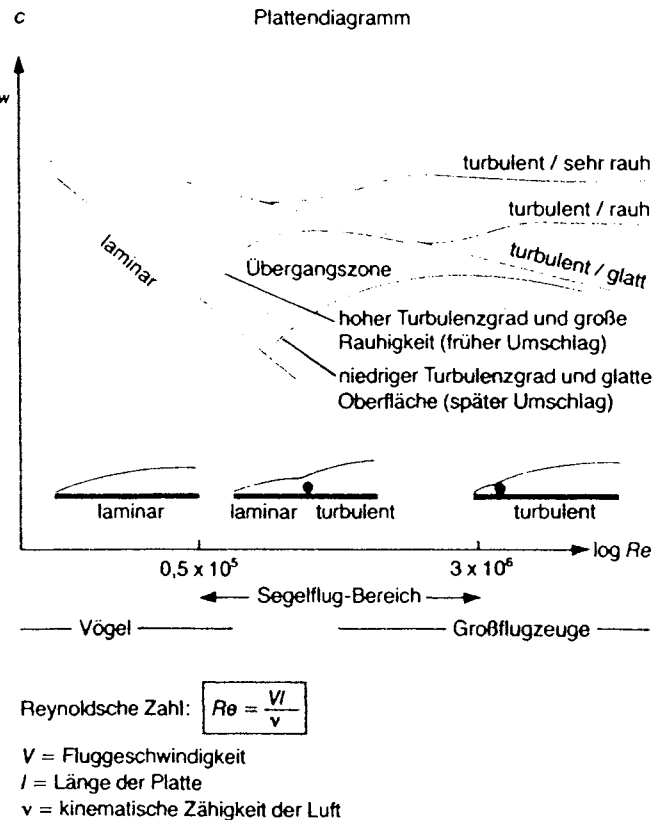


Bild 5: Der Widerstand eines Flugzeugs setzt sich zusammen aus Reibungswiderstand, Druckwiderstand und induziertem Widerstand. Der Reibungswiderstand (a) entsteht in der wenige Millimeter bis Zentimeter dicken Grenzschicht an der Flugzeugoberfläche. Außerhalb der Grenzschicht ist die Strömung praktisch reibungslos. Innerhalb der Grenzschicht ändert sich die Strömungsgeschwindigkeit vom Wert Null auf der Kontur bis zum Wert der äußeren Strömungsgeschwindigkeit V. Man unterscheidet laminare, turbulente und abgelöste Strömungen. In der laminaren Strömung fließen alle Teilchen auf geordneten parallelen Bahnen, in der turbulenten Grenzschicht sind dieser Strömung in allen Richtungen kleine Störgeschwindigkeiten überlagert, so daß sich benachbarte Schichten durchmischen. Die Grenzschicht beginnt vorn auf der Kontur (im Staupunkt) laminar und schlägt im Umschlagpunkt in den turbulenten Zustand um. Abgelöste Strömung tritt bei starkem Druckanstieg in der



Strömung auf und ist durch eine grobe Verwirbelung gekennzeichnet. Sie erzeugt einen sehr hohen Widerstand, der auch als Druckwiderstand bezeichnet wird (b). Eine für den Strömungszustand charakteristische Größe ist die Reynoldszahl (Gleichung). Sie ist ein Maß für das Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Reibungskräften in der Strömung. Das sogenannte Plattendiagramm (c) zeigt, wie sich bei einer längsangeströmten Platte der Grenzschichtzustand und damit der Reibungswiderstand in Abhängigkeit von der Reynoldszahl ändert. Bei gleicher Reynoldszahl ist der Widerstand bei turbulenter Strömung sehr viel höher als bei laminarer Strömung. Der Widerstandsverlauf in der Übergangszone hängt noch von der Rauigkeit der Oberfläche und dem Turbulenzgrad der ankommenden Strömung ab, die beide die Lage des Umschlagpunktes beeinflussen können. Auch in der turbulenten Grenzschichtströmung kann sich die Oberflächenrauigkeit durch eine Steigerung des Widerstands auswirken.

der Wand bis zur Geschwindigkeit  $V$  der Außenströmung stattfindet. Dieser Geschwindigkeitsverlauf in der Grenzschicht wird als Geschwindigkeitsprofil bezeichnet (Bild 5a).

Die Dicke der Grenzschicht hängt von einer Reihe verschiedener Faktoren ab. Sie beträgt für die am Segelflugzeug auftretenden Strömungen einige Millimeter bis Zentimeter.

Von Ludwig Prandtl, der mit der Veröffentlichung seiner Grenzschichttheorie im Jahre 1904 zum Begründer der modernen Strömungsmechanik wurde, stammt die Erkenntnis, daß sich die Wirkung der Reibung in einer Strömung auf die Grenzschicht beschränkt und daß die Reibungskräfte außerhalb der Grenzschicht vernachlässigt werden können. Damit war die Basis für ein physikalisches Verständnis vieler bis dahin unverständlicher Strömungsphänomene gegeben, und es wurde möglich, durch eine getrennte Behandlung des Auftriebs- und des Widerstandsproblems praktisch verwertbare Lösungen für die mathematisch außerordentlich schwer zugänglichen strömungsmechanischen Grundgleichungen zu finden. Prandtl selbst hat mathematische Lösungen sowohl für die Grenzschichtströmung als auch für die Tragflügelumströmung angegeben, auf denen auch noch die heute zur Lösung der aerodynamischen Probleme der Segelflugzeuge benutzten Rechenverfahren basieren.

Eine wichtige Größe zur Charakterisierung einer Strömung ist die Reynoldszahl, benannt nach dem englischen Physiker Osborne Reynolds (1842 bis 1912). Sie ist definiert als das Produkt aus der Strömungsgeschwindigkeit und einer charakteristischen Länge des umströmten Objekts, dividiert durch die kinematische Zähigkeit des strömenden Mediums; physikalisch stellt sie das Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Reibungskräften in der Strömung dar.

Das eben beschriebene Konzept der Grenzschichttheorie ist erst bei relativ großen Reynoldszahlen von ungefähr  $10^4$  und darüber anwendbar. Die Strömung von Segelflugzeugen liegt in einem Bereich von Reynoldszahlen zwischen ungefähr  $5 \times 10^5$  und  $3 \times 10^6$ . (Die Umströmung von Insekten liegt dagegen deutlich unterhalb von  $10^4$ . Hier muß das gesamte Strömungsfeld als reibungsbehaftet angesehen werden, und die Vereinfachungen der Grenzschichttheorie sind nicht mehr anwendbar.)

Die Strömung innerhalb der Grenzschicht kann physikalisch sehr unterschiedliche Zustände annehmen, die sich unter anderem in sehr verschieden großen Widerständen äußern. Man unterscheidet laminare, turbulente und abgelöste Grenzschichtströmungen (Bild 5).

Die laminare Grenzschicht ist dadurch gekennzeichnet, daß die Luftteilchen alle auf untereinander und zur Körperkontur parallelen Bahnen mit allerdings unterschiedlichen Geschwindigkeiten strömen. Die Strömung ist geschichtet.

Unter bestimmten Bedingungen wird die laminare Grenzschicht instabil: Vom sogenannten Umschlagpunkt an ist die Grenzschicht dann turbulent. Dieser Zustand unterscheidet sich vom laminaren dadurch, daß der Grundströmung in allen Richtungen Störgeschwindigkeiten überlagert sind; sie liegen in der Größenordnung von einigen Prozent der Grundgeschwindigkeit.

Wenn in Richtung der Strömung der Druck ansteigt, was insbesondere bei stumpf auslaufenden Körperformen oder bei großen Anstellwinkeln vorkommt, so kann im sogenannten Ablösepunkt die Strömung abreißen. Dann ist keine bevorzugte Strömungsrichtung mehr erkennbar – die Strömung ist chaotisch. Eine Strömungsbilösung erhöht den Widerstand und vermindert den Auftrieb (Bild 5b).

Umschlag und Ablösung sind von mehreren Strömungsparametern abhängig: von der Reynoldszahl, der Oberflächenrauigkeit, dem Zustand der ankommenden Strömung und der Druckverteilung auf der Körperkontur.

Der Einfluß der Reynoldszahl und der Oberflächenrauigkeit auf den Reibungswiderstand wird besonders deutlich, wenn man die Strömung längs einer ebenen Platte untersucht (Bild 5a). Diese Strömung zeichnet sich dadurch aus, daß Druck und Strömungsgeschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht im gesamten Strömungsfeld konstant sind. Eine Ablösung kann in einer solchen Strömung nicht auftreten.

Die Strömung beginnt am vorderen Ende der Platte zunächst laminar. Sie schlägt nach einer gewissen Lauflänge in den turbulenten Zustand um. Die Lage des Umschlagpunktes in Relation zur Gesamtlänge der Platte hängt in erster Linie von der Reynoldszahl ab. Bei niedrigen Reynoldszahlen ist die Strömung überwiegend laminar, bei hohen Reynoldszahlen überwiegend turbulent.

Das wirkt sich auf den Widerstand in charakteristischer Weise aus. Im sogenannten Plattendiagramm (Bild 5c) sind Widerstand und Reynoldszahl in logarithmischem Maßstab aufgetragen. Für den Widerstand ergeben sich zwei Geraden, die abhängig vom Grenzschichtzustand unterschiedliche Steigungen haben. Man erkennt deutlich den höheren Widerstand der turbulenten Strömung.

Interessant ist vor allem der Übergangsbereich. Hier liegt der Umschlagpunkt im mittleren Bereich der Platte, so daß laminare und turbulente Grenz-

schichten in vergleichbarem Ausmaß an der Erzeugung des Widerstands beteiligt sind. Gerade dieser aerodynamisch hochinteressante Übergangsbereich entspricht dem für Segelflugzeuge typischen Bereich von Reynoldszahlen.

Motor- und strahlgetriebene Flugzeuge operieren dagegen bei höheren Reynoldszahlen, wo die Strömung nahezu vollständig turbulent ist. Bei diesen Flugzeugen liegt der Umschlagpunkt sehr weit vorn. Dagegen sind die Reynoldszahlen der Vögel weit niedriger – sie fliegen also weitgehend im laminaren Bereich.

Die Lage des Umschlagpunktes kann durch die Rauigkeit der Konturoberfläche beeinflusst werden. Dabei gibt es eine sogenannte kritische Rauigkeit. Erst wenn diese überschritten wird, tritt ein vorzeitiger Umschlag in den turbulenten Zustand ein. Eine Rauigkeit unterhalb der kritischen Rauigkeit wirkt sich dagegen überhaupt nicht auf die Strömung aus.

Im Bereich der Reynoldszahlen von Segelflugzeugen können schon Rauigkeiten von rund ein zehntel Millimeter einen vorzeitigen Umschlag und damit eine Widerstandszunahme herbeiführen. Auch Welligkeiten der gleichen Größenordnung haben einen entsprechenden Effekt. Man erkennt bereits hieraus, welche extreme Forderungen an die Oberflächenqualität von Segelflugzeugen gestellt werden müssen.

Auch auf eine bereits turbulente Grenzschicht hat die Rauigkeit noch Einfluß. Hier wirkt sie widerstandserhöhend, und zwar um so mehr, je größer die Rauigkeit ist. Die Anforderungen an die Oberflächenqualität von Segelflugzeugen sind in diesem Bereich etwa gleich groß wie im laminaren Bereich.

Ist die ankommende Strömung bereits durch Turbulenzen gestört, so kann dies ebenfalls den Umschlag vorzeitig eintreten lassen. Glücklicherweise sind die Turbulenzen der Atmosphäre so grob strukturiert, daß sie sich nicht auf die Grenzschicht auswirken. Messungen in Windkanälen können aber durch Mikroturbulenz erhebliche Abweichungen von den realen Verhältnissen ergeben. Solche Messungen für Segelflugzeuge können daher auch nur in ganz speziellen, eigens zu diesem Zweck entworfenen sogenannten Laminarwindkanälen durchgeführt werden.

Sowohl Tragflügel und Leitwerk wie der Rumpf des Segelflugzeugs weichen in ihrer Form deutlich von der ebenen Platte ab. Die daraus resultierende Druckverteilung auf der Oberflächenkontur hat erheblichen Einfluß auf den Grenzschichtumschlag und die Strömungsbilösung. Ein Druckabfall längs der Strömung stabilisiert die laminare



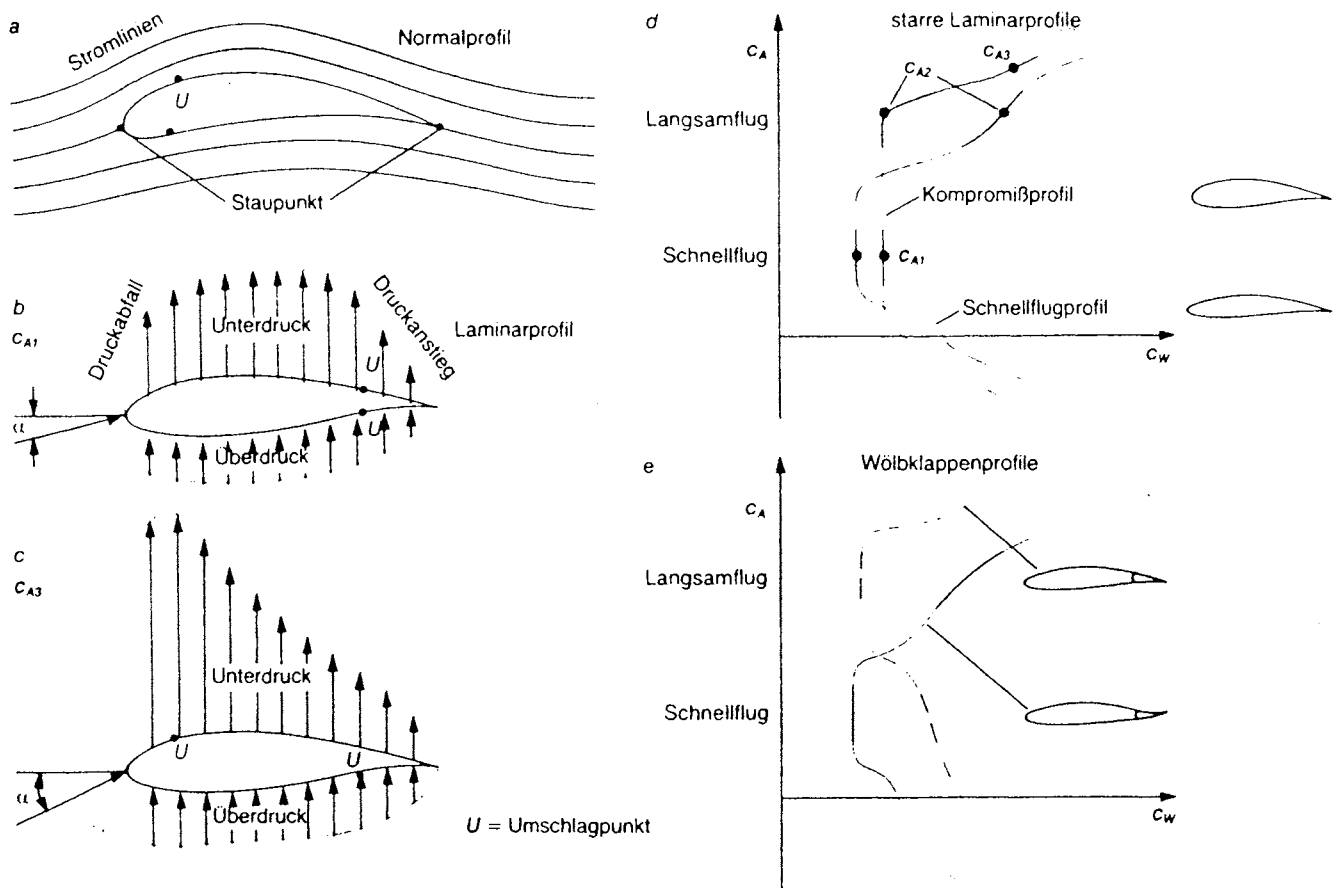


Bild 6: Der Tragflügel des Flugzeugs hat die Aufgabe, den zur Kompensation des Gewichts erforderlichen Auftrieb zu erzeugen. Er benötigt daher eine Form, die auf der Flügeloberseite einen Unterdruck und auf der Flügelunterseite einen Überdruck erzeugt. Wie dieser Druckunterschied zustande kommt, ist am einfachsten an einem Profilschnitt (a) zu erkennen. Die ankommende Strömung trifft auf die stumpfe Profilnase und teilt sich im sogenannten Staupunkt in zwei Hälften, die oberhalb beziehungsweise unterhalb am Profil entlangströmen und sich an der scharfen Profilhinterkante wieder vereinigen. Durch die normalerweise unsymmetrische Form der Profile sowie durch den Anstellwinkel bedingt muß die Strömung vom Staupunkt bis zur Hinterkante auf der Oberseite einen längeren Weg als auf der Unterseite zurücklegen. Sie benötigt dazu auf der Oberseite eine höhere Geschwindigkeit als auf der Unterseite, und dies ergibt nach dem Bernoullischen Gesetz den gewünschten Druckunterschied. Der Druckverlauf auf der Profiloberfläche ist von großer Bedeutung für die Grenzschicht des Tragflügels. Der höchste Druck wird im Staupunkt erreicht, er fällt dann auf einen Minimalwert ab und steigt im rückwärtigen Profilbereich wieder auf den Wert des Staupunktes an. Das Druckminimum liegt bei mäßigen Anstellwinkeln in der Nähe der größten Profildicke (b), rückt aber bei größeren Anstellwinkeln weit nach

vorn (c). Der Umschlagpunkt liegt bei den Reynoldszahlen des Segelflugzeugs bei hinreichend glatter Profiloberfläche meist kurz hinter dem Druckminimum. Profile mit langer laminarer Laufstrecke werden Laminarprofile genannt und haben eine weit nach hinten verlagerte Stelle größter Dicke. Die Rückverlagerung der größten Dicke findet ihre Grenzen darin, daß der Druck im hinteren Profilbereich zunehmend steiler ansteigt, was eine Strömungsablösung mit hohem Anstieg des Widerstands verursachen kann. Da mit zunehmendem Anstellwinkel das Druckminimum auf der Profiloberseite nach vorn rückt – das Entsprechende passiert auf der Profilunterseite bei sehr kleinen beziehungsweise negativen Anstellwinkeln –, ist eine lange laminare Laufstrecke nur in einem begrenzten Anstellwinkel-Bereich realisierbar, die sich in der Widerstandspolaren als Laminardelle bemerkbar macht. Die Form der Laminardelle hängt von der Profilform ab (d). Mit dünnen Profilen lassen sich schmale und tiefe Laminardellen erzielen, mit dicken Profilen dagegen breite und weniger tiefe. Da beim Segelflugzeug sowohl beim Langsamflug als auch im Schnellflug geringe Widerstände erwünscht sind, müssen Segelflugprofile breite Laminardellen erzeugen. Sehr elegant lösen dies Wölbklappenprofile; damit läßt sich eine schmale, tiefe Laminardelle durch kleine Klappenausschläge in den jeweils benötigten  $C_A$ -Bereich verschieben (e).

Grenzschicht und verhindert sowohl einen Umschlag als auch eine Ablösung; hingegen bewirkt ein Druckanstieg sehr bald den Umschlag, und ein starker Druckanstieg kann schließlich Ablösung zur Folge haben.

So wird verständlich, daß der Entwurf geeigneter Profilformen für den Tragflügel und das Leitwerk mit möglichst langen laminaren Laufstrecken sich als eine der anspruchsvollsten aerodynamischen Aufgaben in der Segelflugzeug-Entwicklung erwiesen hat. Die bisherigen Lösungen haben die Flugleistungen in den letzten beiden Jahrzehnten schon entscheidend verbessert.

#### Laminarprofile und Kunststoff-Bauweise

Die ersten Segelflugzeuge unterschieden sich in ihrer aerodynamischen Gestaltung nur wenig von den leichten Motorflugzeugen der damaligen Zeit. Für die Fliegerei im Hangaufwind war eine niedrige Flächenbelastung – also extremer Leichtbau – wichtig, die Widerstandsminderung erst von sekundärer Bedeutung. Die Strömung in der Grenzschicht war deshalb trotz relativ niedriger Reynoldszahlen fast stets turbulent.

Erst der Streckenflug in thermischen Aufwinden und die dafür erforderlichen

höheren Fluggeschwindigkeiten ließen die Flächenbelastungen ansteigen. Damit wurde die Minderung des Widerstands zum dominanten Problem.

Bereits damals war bekannt, daß Laminarisieren der Strömung den Widerstand erheblich senkt, doch schienen die damit verbundenen Probleme – so die Forderung nach extremer Oberflächenqualität – zunächst unüberwindlich. Erst als Ende der fünfziger Jahre im Segelflugzeugbau Kunststoff an die Stelle von Holz trat, konnte man die extrem glatten und wellenfreien Oberflächen realisieren, die eine laminare Strömung überhaupt erst möglich machen.

Den größten Beitrag zum Reibungswiderstand liefert der Tragflügel. Hier waren durch Laminarisieren die größten Gewinne zu erwarten.

Die Aufgabe des Tragflügels ist es, Auftrieb zu erzeugen. Zu diesem Zweck muß die Strömung um den Flügel unsymmetrisch sein, um auf der Flügeloberseite Unterdruck und auf der Flügelunterseite Überdruck zu erzeugen. Die Druckverteilung am Tragflügel wird anschaulich, wenn man einen Profilschnitt des Tragflügels betrachtet (Bilder 1 und 6). Die Strömung um ein Profil wird am Staupunkt durch die Staupunkt-Stromlinie in zwei Hälften geteilt, die oberhalb beziehungsweise unterhalb am Profil entlangströmen. Sowohl durch die Form des Profils als auch durch den Anstellwinkel kann man erreichen, daß die Strömung auf der Profitoberseite schneller und auf der Profilunterseite langsamer als die Fluggeschwindigkeit ist. Dies bedeutet, daß tatsächlich nach dem Gesetz von Bernoulli auf der Oberseite Unterdruck und auf der Unterseite Überdruck herrscht.

Im Staupunkt ist der statische Druck am höchsten und die Strömungsgeschwindigkeit gleich Null. Auf der Ober- und Unterseite wird dann die Strömung beschleunigt, und zwar je nach Form und Anstellwinkel des Profils auf der Oberseite stärker als auf der Unterseite.

Im rückwärtigen Bereich des Profils verzögert sich die Strömung wieder, da auch an der Hinterkante des Profils ein Staupunkt auftritt. Nach dem Gesetz von Bernoulli heißt das aber, daß der Druck im vorderen Bereich des Profils abfällt und im rückwärtigen ansteigt. Das Druckminimum liegt bei mäßigen Anstellwinkeln in der Nähe der größten Dicke des Profils, es rückt aber bei zunehmendem Anstellwinkel nach vorn.

Wenn die Forderungen an die Oberflächenqualität erfüllt sind, lassen sich am Segelflugzeug im Bereich des Druckabfalls laminare Grenzschichten erzielen. Um eine möglichst große laminare Lauflänge zu erreichen ist es naheliegend, die Stelle der größten Dicke möglichst weit nach hinten zu schieben. Während bei konventionellen Profilen die dickste Stelle bei etwa 25 Prozent der Profiltiefe lag, ist sie bei den Laminarprofilen auf 40 bis 50 Prozent zurückverlagert worden.

Eine noch weitere Rücklage ist deshalb problematisch, weil dann der Druck im rückwärtigen Teil des Profils so steil ansteigt, daß die Strömung bereits bei verhältnismäßig kleinen Anstellwinkeln ablöst. Die Verluste durch Strömungsablösung sind aber weitaus größer als die Gewinne durch die Laminarisierung.

Da mit zunehmendem Anstellwinkel der Umschlagpunkt schließlich nach

vorn rückt, läßt sich die Laminarisierung immer nur in einem begrenzten  $c_A$ -Bereich realisieren. Weil das Segelflugzeug aber wegen der beschriebenen Flugtaktik sowohl bei niedrigen als auch bei sehr hohen Anstellwinkeln geringen Widerstand bieten soll, steht der Aerodynamiker hier vor einem sehr schwierigen Problem: Er kann nämlich entweder eine sehr große Widerstandseinsparung in einem schmalen  $c_A$ -Bereich oder einen mäßigen Gewinn in einem breiten  $c_A$ -Bereich erzielen. Im ersten Fall sind recht dünne, im zweiten Fall verhältnismäßig dicke Profile zu wählen. Im allgemeinen hat man sich für die breite Laminardelle – so heißt der Bereich der Widerstandseinsparung – entschieden.

Ein sehr eleganter Ausweg aus diesem Dilemma ist mit Wölbklappenprofilen möglich. Durch kleine Ausschläge von Klappen an der Hinterkante des Tragflügels, die ähnlich wie die Querruder aussehen, läßt sich die Druckverteilung am Profil so verändern, daß sich die Laminardelle verschiebt. Wählt man jetzt ein Profil mit schmaler Laminardelle, so läßt sich die Laminardelle durch negative Klappenausschläge in den Gleitflugbereich und durch positive Klappenausschläge in den Steigflugbereich verschieben (Bild 6e).

Insgesamt ist der Entwurf von Laminarprofilen äußerst schwierig und verlangt ein hohes Maß an theoretischem und experimentellem Können auf aerodynamischem Gebiet; denn gerade im Bereich der Umschlagpunkte treten sehr komplizierte Strömungsvorgänge – so zum Beispiel laminare Ablöseblasen – auf, die den erzielten Erfolg wieder zunichte machen können. Die beiden Stuttgarter Professoren Richard Eppler und Franz Xaver Wortmann sowie in jüngerer Zeit die Braunschweiger Wissenschaftler Karl-Heinz Horstmann und Armin Quast haben mit ihren Arbeiten zur Profil-Entwicklung ganz maßgeblich zur Leistungssteigerung der Segelflugzeuge beigetragen. Zusammen mit der Einführung der Kunststoff-Bauweise waren diese Entwicklungen bedeutsamer als alle anderen Fortschritte im Segelflugzeugbau.

Laminarprofile können selbstverständlich ebenfalls für die Leitwerke benutzt werden. Auch am Rumpf ist man bestrebt, im Bereich der Pilotenkabine die laminare Strömung so lange wie möglich aufrechtzuerhalten. Aus diesem Grunde ist die Pilotenkabine voll in eine stromlinienförmige Rumpfkontur einbezogen. Daraus hat sich eine für Segelflugzeuge charakteristische Rumpfform ergeben. Da am Leitwerksträger praktisch immer turbulente Strömung herrscht, versucht man hier, den Widerstand durch eine möglichst geringe

Oberfläche so gering wie möglich zu halten; der Durchmesser des Leitwerksträgers ist deshalb relativ klein.

### Induzierter Widerstand und Flügelstreckung

Außer dem Reibungswiderstand spielt in der Widerstandsbilanz des Segelflugzeugs noch eine andere Art von Widerstand eine wesentliche Rolle. Dieser Widerstand hängt mit der Auftriebserzeugung zusammen und tritt bereits in einer reibungslosen Strömung auf.

Der Auftrieb entsteht am Flügel durch die mittels Profilform und Anstellwinkel erzeugten Druckunterschiede auf der Ober- und Unterseite. Da die Spannweite des Flügels begrenzt ist, treffen an den äußeren Flügelen diese Druckunterschiede aufeinander und gleichen sich aus. Anstelle einer über die Spannweite konstanten Auftriebsverteilung ergibt sich dadurch je nach der Grundrißform des Flügels eine mehr oder weniger elliptische Form der Auftriebsverteilung (Bild 7).

Der Druckausgleich zwischen Ober- und Unterseite des Flügels läßt die sogenannten Randwirbel hinter den Flügelen entstehen. Die in diesen Randwirbeln steckende Energie geht dem Flugzeug verloren, und das ist die Ursache für den induzierten Widerstand. Der Beiwert des induzierten Widerstands wächst mit dem Quadrat des Auftriebsbeiwerts und wird um so kleiner, je größer die Flügelstreckung ist (die Flügelstreckung ist eine geometrische Größe und bezeichnet das Verhältnis von Flügelspannweite zu mittlerer Flügeltiefe). Wegen seiner Abhängigkeit vom Auftriebsbeiwert ist der induzierte Widerstandsbeiwert im Langsamflug sehr viel größer als im Schnellflug.

Der induzierte Widerstand ist dann besonders klein, wenn die Flügelstreckung möglichst groß ist und die Auftriebsverteilung über der Spannweite eine elliptische Form hat. Die letzte Bedingung ist durch eine der Ellipse angenäherte Grundrißform zu erfüllen; die typische Doppeltrapezform der Segelflugzeugflügel kommt dieser Forderung bereits sehr nahe. Zusätzlich läßt sich die Auftriebsverteilung auch durch eine Verwindung beeinflussen, die dadurch entsteht, daß sich die Profilform oder der geometrische Anstellwinkel längs der Spannweite ändert.

Eine große Flügelstreckung bedingt wegen der großen Hebelarme eine starke strukturelle Belastung der Flügelholme, so daß diese aus Festigkeitsgründen relativ schwer gebaut werden müssen. Deshalb haben Motor- und Strahlflugzeuge meist verhältnismäßig kleine Flügel-

streckungen. Mit der Glasfaser- und Kohlefasertechnologie ließen sich aber für die Segelflugzeuge die strukturellen Probleme großer Streckung lösen, ohne daß dabei das Strukturgewicht unangemessen zugenommen hätte.

Trotzdem hat eine Vergrößerung der Flügelstreckung ihre Grenzen. Durch immer größere Spannweiten – das größte Segelflugzeug ist zur Zeit die „SB 10“ der Akademischen Fliegergruppe der Technischen Universität Braunschweig mit 29 Meter Spannweite (Bild 8) – werden die Flugzeuge groß, schwer, unhandlich und teuer.

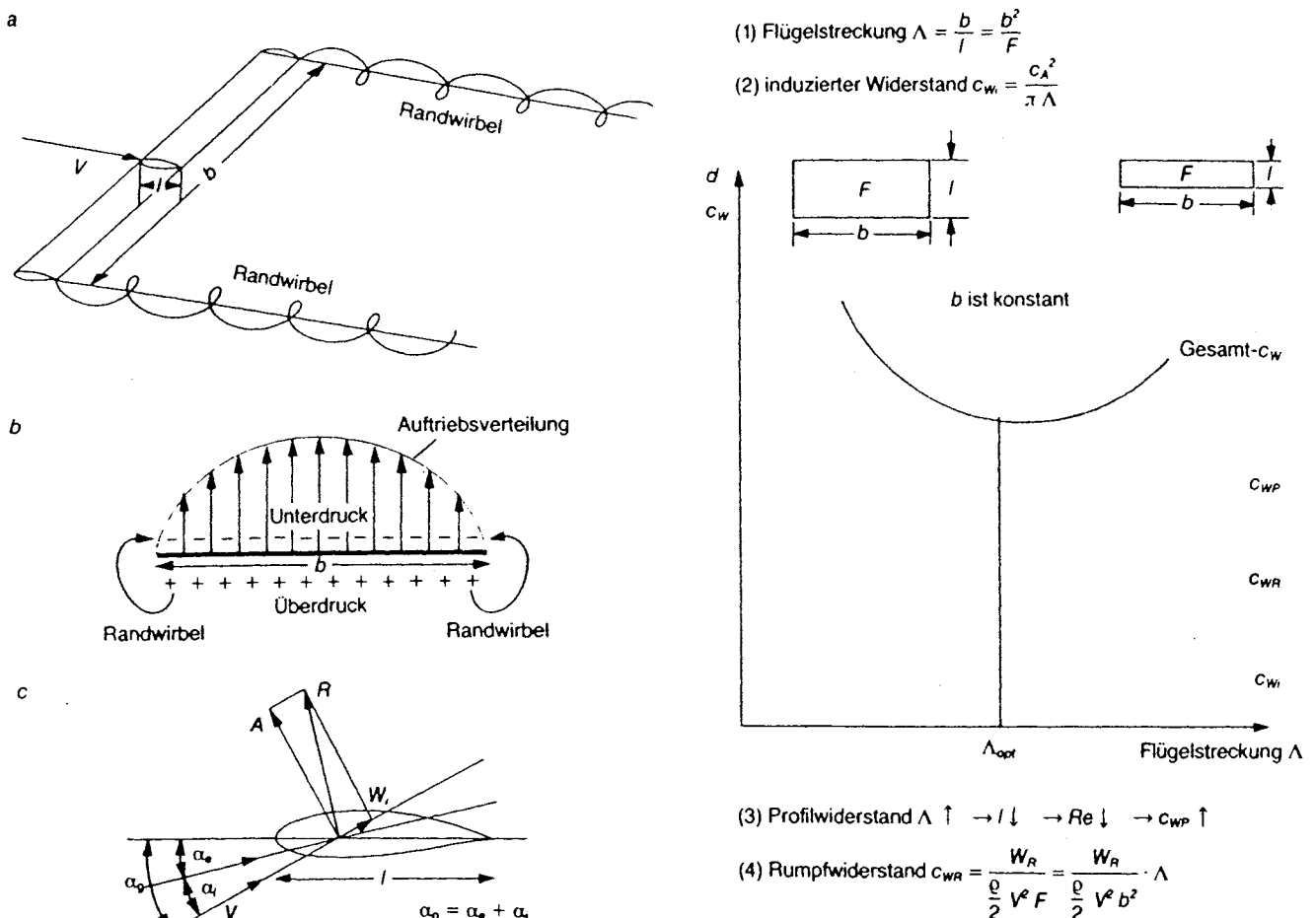
Um für den normalen Flug- und Wettbewerbsbetrieb zu vergleichbaren, gut handhabbaren und nicht zu teuren Flugzeugen zu gelangen, hat man Wettbewerbsklassen eingeführt, in denen die

Spannweiten auf 15 Meter begrenzt sind. Ein besonders gutes Verhältnis von Aufwand und Leistung ergibt sich für Flugzeuge mit etwa 17 bis 18 Metern Spannweite.

Will man bei Flugzeugen mit festgelegter Spannweite die Flügelstreckung vergrößern, so muß man unvermeidlich die Profiltiefe verkleinern. Damit ändern sich aber gleichzeitig die Flügelfläche und die Reynoldszahl. Die Verminderung der Reynoldszahl läßt den Reibungswiderstand zunehmen, und die verkleinerte Flügelfläche erhöht bei gleichbleibender Rumpfgroße den relativen Anteil des Rumpfwiderstands am Gesamtwiderstand. Diese gegensätzlichen Effekte ergeben bei einer bestimmten Streckung gerade ein Minimum für den Widerstand.

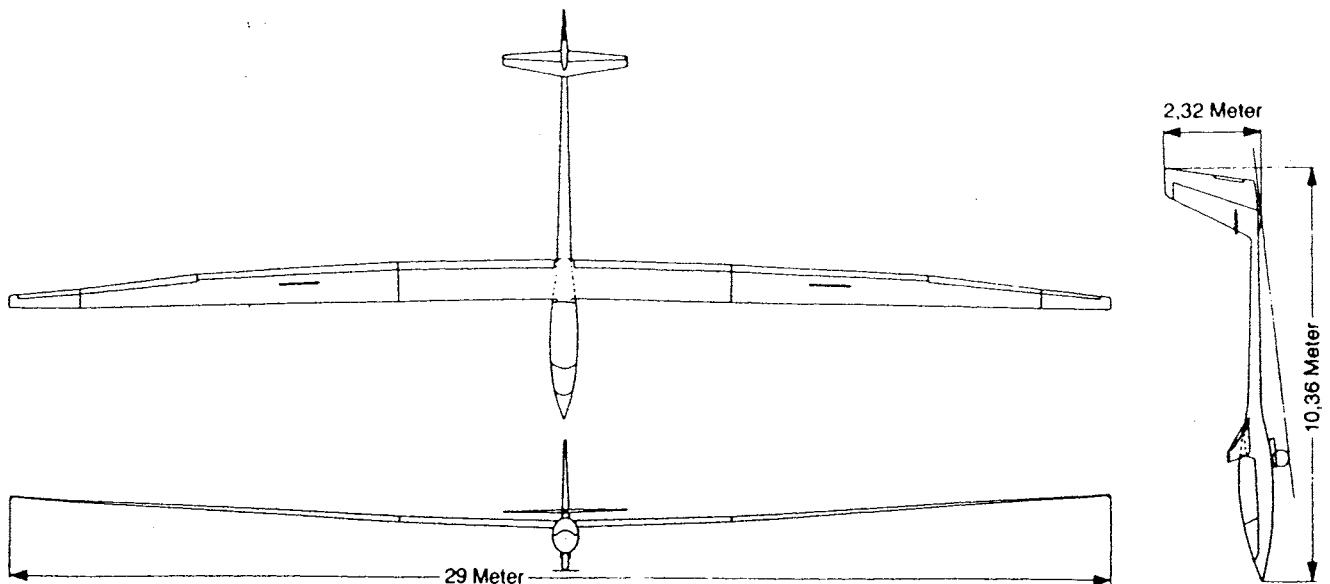
Zusätzlich wird die Optimierung der Flügelstreckung noch dadurch erschwert, daß die günstigsten Streckungen für Schnell- und Langsamflug sehr unterschiedlich sind. Es muß also ein Kompromiß gefunden werden, der über den gesamten Streckenflug im Mittel das optimale Ergebnis liefert.

Technisch sehr anspruchsvoll hat dies die Akademische Fliegergruppe der Technischen Universität Stuttgart mit einem Flugzeug gelöst, dessen Flügel sich während des Flugs teleskopartig aus- und einfahren lassen; im Langsamflug kann so mit großer Streckung und niedriger Flächenbelastung, im Schnellflug dagegen mit kleiner Streckung und hoher Flächenbelastung geflogen werden. Für den Serienbau ist eine solche Lösung allerdings zu aufwendig.



**Bild 7:** Der induzierte Widerstand ist unvermeidbar mit dem Erzeugen von Auftrieb am Tragflügel verbunden. An den Flügelenden gleichen sich der Unterdruck auf der Flügeloberseite und der Überdruck auf der Flügelunterseite aus. Dadurch entstehen sogenannte Randwirbel, die eine Deformation des gesamten Strömungsfeldes um den Flügel bewirken (a, b). Insbesondere wird der lokale Anstellwinkel des Flügels um einen sogenannten induzierten Anstellwinkel  $\alpha_i$  gedreht. Dadurch wird die resultierende Luftkraft ebenfalls um diesen Winkel gedreht und erhält eine Komponente in Widerstandsrichtung, die als induzierter Widerstand ( $W_i$ ) bezeichnet wird (c). Insbesondere im Langsamflug kann der induzierte Widerstand des Segelflugzeugs mehr als die Hälfte des gesamten Widerstands ausmachen. Der induzierte Widerstand ist proportional zum Quadrat des Auftriebs und umgekehrt proportional zur Flügelstreckung (Gleichungen 1 und 2). Segelflugzeuge haben aus diesem Grund eine mög-

lichst große Spannweite, um eine hohe Flügelstreckung zu erzielen. Ist die Spannweite vorgegeben, so muß man diejenige Flügelstreckung wählen, die den geringsten Gesamtwiderstand liefert. Dabei ist zu beachten, daß die Streckung indirekt auch den Reibungswiderstand des Flügels (Profilwiderstand) und des Rumpfes beeinflusst (Gleichungen 3 und 4). Die mit wachsender Streckung kleiner werdende Profiltiefe vermindert die Reynoldszahl, und das läßt den Profilwiderstandsbeiwert ansteigen. Da mit wachsender Streckung bei konstanter Spannweite auch die Flügelfläche kleiner wird, der Rumpf aber seine Größe und damit seinen Widerstand  $W_R$  behält, nimmt der auf die Flügelfläche bezogene Rumpf-Widerstandsbeiwert zu. Der Gesamtwiderstand setzt sich aus dem mit der Streckung abnehmenden induzierten Widerstandsbeiwert und den mit der Streckung zunehmenden Profil- und Rumpfwiderstandsbeiwerten zusammen und hat demzufolge ein ganz bestimmtes Optimum (d).



**Bild 8:** Dreiseitenansicht des Segelflugs „SB10“. Dieses Flugzeug wurde 1971 von den Studenten der Akademischen Fliegergruppe (Akaflieg) Braunschweig gebaut. Es war das erste Segelflugzeug, das eine

Gleitzahl von 50 erreichte. 1981 gelangen mit diesem Flugzeug in Australien fünf Weltrekorde. Inzwischen erreichen Serienflugzeuge vom Typ „Nimbus 3“ und „ASW 22“ sogar Gleitzahlen, die noch höher liegen.

### Das optimale Segelflugzeug

Es ist bereits deutlich geworden, daß das Segelflugzeug in vieler Hinsicht sehr viel schwieriger zu optimieren ist als ein normales Motorflugzeug. Der Grund ist, daß das Motorflugzeug über eine Energiequelle verfügt, die kontinuierlich die zum Fliegen erforderliche Energie liefert, während das Segelflugzeug die Energie der Atmosphäre abgewinnen muß. Die aerodynamischen Anforderungen dafür sind gänzlich andere als für den Gleitflug. Beides – Energie- und Streckengewinn – muß jedoch ein Segelflugzeug gleichermaßen leisten.

Die zweite Besonderheit des Segelflugs besteht darin, daß es in einem Reynoldszahl-Bereich fliegt, in dem laminare und turbulente Strömungen gleichzeitig und mit komplizierten Umschlagphänomenen auftreten. Die Möglichkeiten der Laminarisierung zu nutzen stellt höchste wissenschaftliche und technische Anforderungen an den Entwurf und Bau von Segelflugzeugen.

In den letzten Jahrzehnten sind dabei insbesondere in der Bundesrepublik hervorragende Leistungen erzielt worden. Deswegen werden auch weltweit fast ausschließlich Segelflugzeuge deutschen Ursprungs eingesetzt. Dies ist um so bemerkenswerter, als die Segelflugzeug-Entwicklung weitgehend ohne staatliche Zuschüsse durch großen privaten Einsatz vorangetrieben worden ist; die Akademischen Fliegergruppen der Technischen Hochschulen und Universitäten hatten daran entscheidenden Anteil.

Die heutigen Segelflugzeuge haben einen Grad der Vollkommenheit erreicht, der es außerordentlich schwierig macht,

noch weitere Verbesserungen zu erzielen. Selbst die Leistungen extremer Flugzeug-Auslegungen wie die der „SB 10“ der Akaflieg Braunschweig werden mittlerweile von – allerdings auch recht aufwendigen – Serienflugzeugen erreicht und übertroffen.

Eine Entwicklung zu noch größeren Segelflugzeugen scheint wegen des enormen Aufwands nicht mehr sinnvoll zu sein. Weitere Verbesserungen durch Laminarisierung sind wegen der bereits jetzt erreichten Erfolge nur noch sehr schwer und in begrenztem Umfang möglich. Und auch unkonventionelle Flugzeugformen wie Entenkonfigurationen oder ein Nurflügelflugzeug, wie es derzeit bei der Akaflieg Braunschweig in der Entwicklung steht, lassen nur bei äußerster Nutzung aller aerodynamischen Möglichkeiten noch leichte Verbesserungen erwarten.

Sprunghafte Entwicklungen wären allenfalls denkbar, wenn grundsätzliche neue Erkenntnisse in den Grundlagen der Strömungsphysik ein weiteres Laminarisieren der Strömung ermöglichten. Optimierungen sind noch vorstellbar in der besseren Anpassung des Flugzeugs an die unterschiedlichen Bedingungen des Steig- und Gleitflugs. Flugzeuge mit variabler Flügelgeometrie wie das Teleskopflügel-Flugzeug „fs 29“ der Akaflieg Stuttgart oder das Flächenklappen-Flugzeug „SB 11“ der Akaflieg Braunschweig haben Möglichkeiten angedeutet, die sicherlich noch nicht voll ausgeschöpft sind.

Eine interessante Alternative und dabei sehr naturnahe Form des Segelflugs hat sich mit der Drachenfliegerei entwickelt. Hier wurde größter Wert auf ein

sehr einfaches und unkompliziertes Fluggerät gelegt, das auch ohne fremde Hilfsmittel starten kann. Diese Fluggeräte zeichnen sich ferner durch sehr niedrige Flächenbelastungen und damit sehr geringe Fluggeschwindigkeiten aus. Sie haben daher trotz relativ hoher Widerstände sehr gute Steigflugfähigkeiten, die bei engen Aufwinden die der Segelflugzeuge übertreffen können.

Verglichen mit den normalen Segelflugzeugen haben die bemannten Drachen sowohl bezüglich des Gleitwinkels als auch der Fluggeschwindigkeiten allerdings sehr geringe Gleitflugleistungen. Die Drachenflieger sind sicherlich deutlich verbesserungsfähig, und es ist zu erwarten, daß auch der zwischenzeitigem Leistungssegelflugzeug und Drachen liegende Bereich noch Möglichkeiten der Entwicklung bietet.

Ob man Flugzeuge, die durch Umwandlung von Sonnenenergie in elektrischen Strom Vortrieb erzeugen, noch als Segelflugzeuge bezeichnen will, ist eine Frage der Definition. Auf diese Weise könnten zum Beispiel durch Energiespeicherung während des Flugs thermikarme Flugphasen überbrückt werden. Eine derartige Energieumsetzung entspricht dem Prinzip des Segelflugs, die Energie für den Flug direkt der Natur zu entnehmen; die Energieumsetzung würde ebenfalls keinen Lärm und keine Schadstoffe erzeugen.

Obwohl die heutigen Segelflugzeuge bereits einen hohen Grad an Vollkommenheit erreicht haben, zeichnen sich also durchaus noch interessante Möglichkeiten weiterer Entwicklungen ab: eine Herausforderung an die Kreativität der Segelflugzeug-Konstrukteure.