Verschränkung:

Betrachte einen reinen Zustand $|\psi\rangle$ in einem aus mehreren Teilsystemen zusammengesetzten Gesamtsystem:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B \quad , \quad |\psi\rangle = \sum_{n,m} c_{nm} |n^A\rangle|m^B\rangle$$

Der Zustand ist verschränkt, wenn er kein Produktzustand ist, also wenn er sich nicht als Produkt ~~zwei~~ von ausschließlich A oder in B definierten Zuständen schreiben lässt.

Dann „entmischt" c_{nm} nicht und für die Dichtematrix in einem ~~Subsystem~~ Teilsystem (hier A o.B.d.A.) gilt:

$$\mathrm{tr}\, \rho^A = \sum_{\nu} \langle \nu | \sum_{m} c_{nm}^* c_{n'm} |n'^A\rangle\langle n^A| | \nu\rangle = \sum_{\nu, m} c_{nm}^* c_{n'm} \underbrace{\underbrace{\langle \nu | n'^A\rangle}_{=\delta_{\nu n'}} \underbrace{\langle n^A | \nu\rangle}_{=\delta_{n\nu}}}_{=\delta_{nn'}}$$

$$= \sum_{n,m} |c_{nm}|^2 = 1$$

(gilt allgemein, da ρ^A Dichtematrix → Summe über alle Zustände von $|c|^2$ muss 1 ergeben)

$$\mathrm{tr}\left[(\rho^A)^2\right] = \sum_{\nu} \langle \nu | \left(\sum_{m,m',n,n'} c_{nm}^* c_{n'm} c_{km'}^* c_{k'm'} |n'^A\rangle \underbrace{\langle n^A | k'^A\rangle}_{=\delta_{nk'}} \underbrace{\langle k^A| | \nu\rangle}_{=\delta_{k\nu}} \right)$$

$$= \sum_{m,m',n,n'} c_{nm}^* c_{n'm} c_{n'm'}^* c_{nm'} < 1$$

Siehe auch: - Produktzustand