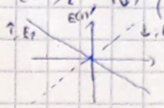
Landau Zener Problem

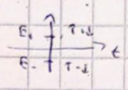
$$H = -\frac{1}{2}\left(\varepsilon(t)\,\sigma_z + \Delta\,\sigma_x\right) = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \varepsilon(t) & \Delta \\ \Delta & -\varepsilon(t) \end{pmatrix}$$ wähle $\Delta > 0$, ε monoton steigend

Vorüberlegungen:

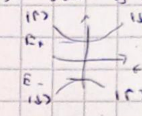
$\lim \Delta \to 0$: Eigenzustände $|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $E_\uparrow = -\varepsilon(t)/2$, $|\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $E_\downarrow = \frac{\varepsilon(t)}{2}$
($\hat{=} \lim \varepsilon \gg \Delta$
$= \lim t \to \pm\infty$) → Insbesondere für $\varepsilon(t) = \alpha t$



$\lim \varepsilon(t) \to 0$: $-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta & 0 \end{pmatrix}$ → $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $E_+ = +\frac{\Delta}{2}$, $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $E_- = -\frac{\Delta}{2}$
($\hat{=} \lim \varepsilon \ll \Delta$
$= \lim t \to t_0$)



⇒ für $t \to t_0 \equiv t|_{\varepsilon(t_0)=0}$ sollte Zustd. mischen und Energie von Δ bestimmt sein
→ kaum noch wahrscheinlich parabelartig



Lösung des Hamiltonian

$$E_{0/1} = \mp\frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon^2(t) + \Delta^2}$$

$$|0\rangle = \cos\frac{\eta}{2}|\uparrow\rangle + \sin\frac{\eta}{2}|\downarrow\rangle$$
$$|1\rangle = -\sin\frac{\eta}{2}|\uparrow\rangle + \cos\frac{\eta}{2}|\downarrow\rangle$$
; $\tan\eta = \frac{\Delta}{\varepsilon}$

Bestimme Übergangswsk.:

Unter Benutzung der für Übergänge gefundenen Formel:

$$P_{1\leftarrow 0} = \left|\int_{-\infty}^{\infty} \langle \dot{1}|0\rangle\, e^{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t}\sqrt{\varepsilon^2(t') + \Delta^2}\,dt'}\,dt\right|^2$$

← hier $\varepsilon = 0$

→ Müsste hier nicht $\pm\infty$ sein, da dann $\Delta \approx 0$ (im Vgl. zu ε)?

konkret: $\varepsilon(t) = \alpha \cdot t$

$$= \frac{1}{4}\left|\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta \cdot \alpha}{\Delta^2 + \alpha^2 t^2}\, e^{\frac{i}{\hbar}\int^{t}\sqrt{\alpha^2 t'^2 + \Delta^2}\,dt'}\,dt\right|^2$$ Subst. $\tau = \frac{\alpha t}{\Delta}$, $\gamma = \frac{\Delta^2}{\hbar\alpha}$

$$= \frac{1}{4}\left|\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+\tau^2}\, e^{i\gamma\int_0^{\tau}\sqrt{1+\tau'^2}\,d\tau'}\,d\tau\right|^2$$

$P_{1\leftarrow 0} \to 0$ im adiabatischen Fall, da dann γ groß sein bzw. α klein
(da Exponential geht $\propto \frac{1}{\gamma^n}$)

$\frac{\Delta^2}{\hbar\alpha^2} \gg \alpha$ ~~$\Delta^2 \gg \alpha$~~ , $\frac{\Delta^2}{\hbar\alpha^2} \gg 1$