Dyson - Entwicklung:

Idee: Form von $U_I(t,t_0)$ finden, indem Integral über Bewegungsgl. für Zustände als Iterationsvorschrift verwendet wird

Annahme: $|\psi_I(t)\rangle = U_I(t,t_0)|\psi_I(t_0)\rangle$, $U_I^{(0)}(t,t_0) = \mathbb{1}$

In ~~Stat~~ Bewegungsgl. für Zstde:

$$i\hbar \frac{d}{dt} U_I(t,t_0) = V_I(t)\, U_I(t,t_0)$$

Integrieren & nach $U_I(t,t_0)$ auflösen: (1. Iteration)

$$U_I(t,t_0) = \underbrace{U_I^{(0)}(t_0,t_0)}_{=1} \underbrace{- \frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} V_I(t')\, U_I^{(0)}(t',t_0)\, dt'}$$

$$= 1 - \frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} V_I(t_1)\, dt_1 \qquad \equiv U_I^{(1)}(t,t_0)$$

Nach n Iterationen:

$$U_I^{(n)}(t,t_0) = \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t_1}\cdots\int_{t_0}^{t_n} V_I(t_1)\,V_I(t_2)\dots V_I(t_n)\, dt_n \dots dt_2\, dt_1$$

Beachte: Je weiter "innen" das Integral liegt, desto kleiner müssen dessen Grenzen sein

Bspw. Läuft t_2 nur von t_0 bis t_1

$\Rightarrow$ $t_2 \leq t_1$

usw.

Die Zeiten müssen also so geordnet sein, dass $t_0 < t_n < \dots < t_2 < t_1 < t$ gilt.

Das ist vor allem wichtig, da $[V_I(t), V_I(\tilde{t})] \neq 0$ $(t \neq \tilde{t})$

~~Um die Reihenfolge du~~

$$\to U_I(t,t_0) = \sum_{n=0}^{\infty} U_I^{(n)}(t,t_0) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t_1}\cdots\int_{t_0}^{t_n} V_I(t_1)\,V_I(t_2)\dots V_I(t_n)\, dt_n \dots dt_1$$