Übergänge (→ Verletzung der adiabatischen Näherung / nicht adiabatisch)

Betrachte noch immer $H = H_0(t) + V(t)$, $V(t) = \Theta(t-t_0)\cdot \tilde{V}(t)$
ex. erst ab $t = t_0$

mit $H_0(t)|\psi_n(t)\rangle = E_n(t)|\psi_n(t)\rangle$; $|\psi_n(t)\rangle \equiv |n(t)\rangle$

Aus zeitunabh. ST bekannt, dass Korrekturen der Zustände auch Übergänge zulassen (wenn V nicht diagonal ex: Mischterme)

Weiterhin gilt in erster Ordnung

Hier noch ungestört!, da $V=0$

$$|\psi(t)\rangle \simeq \left(1 - \frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt\, V(t)\right)|\psi(t<t_0)\rangle$$

Die Übergangswsk $P_{m\leftarrow n}$ ist gegeben durch den Überlapp zwischen $|m(t)\rangle$ und $|n(t)\rangle$

$$P_{m\leftarrow n}^{(1)} = \left|\langle m(t)|\left(1 - \frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt'\, V(t')\right)|n(t<t_0)\rangle\right|^2 =$$

Ziel: Herausfinden, wie sehr adiabatische Näherung verletzt:

Vorgehen: Es wird davon ausgegangen, dass $|n(t)\rangle$ im selben Zustand bleibt, also, falls Syst. für $t<t_0$ in Zstd. $|m\rangle$ bleibt syst. auch für $t>t_0$ in $|m\rangle$ → Man geht von der adiabatischen Näherung aus
~~Für Zstd. n wird die~~ Übergyg. ~~Zeitentwicklung~~ betrachtet und berechnet dann mit dem Zeitentwicklungsoperator den Überlapp zwischen den Zuständen

Bild: Um die Übergangswsk. zu berechnen wird das WW-Bild verwendet:

$$|\phi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} H_0(t')dt'}|\phi_I(t)\rangle$$ mit $i\hbar\,\partial_t|\phi_I(t)\rangle = V_I(t)|\phi_I(t)\rangle$,

$$V_I(t) = e^{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} H_0(t')dt'}\, V(t)\, e^{-\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} H_0(t')dt'}$$

(Annahme, dass $[H_0(t), H_0(t')] = 0$ $\forall t, t'$)

da $\langle m|$ ~~da~~ zeitl. in $\langle m|$ bleibt: $\langle m|n\rangle = 0$

$$P_{m\leftarrow n} = \frac{1}{\hbar^2}\left|\int_{t_0}^{t}\langle m_I(t)|\underbrace{V_I(t')\,|n_I(t')\rangle}_{=i\hbar\,\partial_{t'}|n_I(t')\rangle} dt'\right|^2$$

$$= \frac{1}{\hbar^2}\left|\int_{t_0}^{t}\underbrace{\langle m(t')|\,e^{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t'} H_0(t'')dt''}}_{=e^{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t'} E_m(t'')dt''}\langle m(t')|}\, i\hbar\,\partial_{t'}\underbrace{e^{-\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t'} H_0(t'')dt''}|n(t')\rangle}_{=e^{-\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t'} E_n(t'')dt''}|n(t')\rangle} dt'\right|^2 , \quad \langle m(t')|n(t')\rangle = 0$$

$\omega_{mn}(t) = \frac{E_m(t) - E_n(t)}{\hbar}$

$$= \frac{1}{\hbar^2}\left|i\hbar\int_{t_0}^{t} e^{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t'}\omega_{mn}(t'')dt''}\langle m(t')|\dot{n}(t')\rangle\, dt'\right|^2$$

$$= \left|\int_{t_0}^{t} e^{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t'}\omega_{mn}(t'')dt''}\langle m(t')|\dot{n}(t')\rangle\, dt'\right|^2$$

Da V ein hermitescher Operator ist (sonst nicht beobachtbar!) hätte man im ersten Schritt V auch nach links wirken lassen können und man hätte

$$P_{m\leftarrow n} = \frac{1}{\hbar^2}\left|\int_{t_0}^{t} e^{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t'}\omega_{mn}(t'')dt''}\langle \dot{m}(t')|n(t')\rangle\, dt'\right|^2$$ erhalten

Nochmal die Logik:
- Davon ausgehen, dass adiabatische Näherung gilt → n-ter bleibt n-ter und m-ter bleibt m-ter Zstd.
- Überlegen, dass Mischung der Zstd.e wenn überhaupt durch Zeitentwicklung und dort durch Störung V kommen kann
- Diesen Teil des Zeitentwicklungsmatrixelements durch Wechsel in WW-Bild und zurück berechnen.