Pauli-Glg

→ nicht-relativistischer Limes der Dirac-Glg

$$H_D = mc^2\,\sigma_3\otimes\sigma_0 + c\,\sigma_1\otimes\sigma_j\,\pi_j + q\phi\,\sigma_0\otimes\sigma_0$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} E\varphi &= (mc^2\sigma_0\varphi + c\,\sigma_j\pi_j\chi + q\phi\sigma_0\varphi \quad (+)\\ E\chi &= -mc^2\sigma_0\chi + c\,\sigma_k\pi_k\varphi + q\phi\sigma_0\chi \quad (-)\end{aligned} \qquad \pi_j = \frac{\hbar}{i}\partial_j - \frac{q}{c}A_j$$

Betrachte nichtrelativistischen Limes für pos. Energien : $\pi_j/c \to 0$

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (\pi_j c)^2} + q\phi \;= q\phi + c^2\sqrt{m^2 + (\pi_j/c)^2} \;\to\; q\phi + mc^2$$

$$E \simeq q\phi + mc^2$$

In (−) eingesetzt liefert : $\chi \simeq \frac{1}{2mc}\,\sigma_k\pi_k\varphi$

Was in (+) eingesetzt zu folgender DGL führt :

$$(E - mc^2 - q\phi)\,\sigma_0\varphi \simeq \frac{1}{2m}\,\sigma_j\sigma_k\pi_j\pi_k\varphi$$

$$= \frac{1}{2m}\left(i\,\varepsilon_{jkl}\,\pi_j\pi_k\,\sigma_l\,\varphi + \sigma_0\,\delta_{jk}\,\pi_j\pi_k\varphi\right)$$

$$= \frac{1}{2m}\left[i\,\varepsilon_{jkl}\left(\frac{\hbar}{i}\partial_j - \frac{q}{c}A_j\right)\left(\frac{\hbar}{i}\partial_k - \frac{q}{c}A_k\right)\sigma_l\,\varphi + \sigma_0\,\pi_j\pi_j\,\varphi\right]$$

$$= -\frac{1}{2m}\left[\hbar\,\frac{q}{c}\,\varepsilon_{jkl}\,(\underbrace{\partial_j A_k + A_j\partial_k}_{=(\partial_j A_k) + A_k\partial_j + A_j\partial_k})\,\sigma_l\,\varphi + \sigma_0\,\pi_j\pi_j\,\varphi\right]$$

$\varepsilon_{jkl}\,\partial_j\,\hat{A}_k = B_l$; $A_k\partial_j + A_j\partial_k$ sym. in j,k

$$= -\frac{\hbar q}{2mc}\,B_l\,\sigma_l\,\varphi + \frac{\pi_j\pi_j}{2m}\,\sigma_0\varphi$$

Da im nichtrel. Limes : Betrachte $\tilde{E} = E - mc^2$

$$\Rightarrow \tilde{E}\,\sigma_0\varphi = \tilde{H}_P\varphi = \left[\frac{\vec{\pi}^2}{2m}\,\sigma_0 + q\phi\,\sigma_0 \;\underbrace{-\frac{q\hbar}{mc}\,\mu_B\,\vec{B}\cdot\vec{S}}_{=H_Z,\ \text{Zeeman-Kopplung}}\right]\varphi \qquad \text{mit } \mu_B = \frac{\hbar q}{2mc}\ (\text{del}),\ \vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$$

Landé-Faktor $g = 2$

→ Zeeman-Kopplung e^- : $H_Z = -\frac{-e}{mc}\,\vec{B}\vec{S}\,\varphi$ ($q = -e$)

$$= \frac{2}{\hbar}\,\mu_B\,\vec{B}\vec{S}\,\varphi \quad , \quad g = 2 \ , \text{ Landé-Faktor } e^-$$